POLITECNICO DI MILANO

Simulare e prevedere con la Matematica

tra funzione e finzione

Marco Verani

Pura o Applicata? La Matematica tra teoria e problemi, Padova, 12-14 aprile 2013

Schema della presentazione

- Modelli Matematici: un'incursione filosofica

Schema della presentazione

- Modelli Matematici: un'incursione filosofica
- Un esempio di modellizzazione matematica

Schema della presentazione

- Modelli Matematici: un'incursione filosofica
- Un esempio di modellizzazione matematica
- Per un lavoro in classe: un caso semplificato

Schema della presentazione

- Modelli Matematici: un'incursione filosofica
- Un esempio di modellizzazione matematica
- Per un lavoro in classe: un caso semplificato
- Conclusioni

Il mito di Perseo

Il mito di Perseo

[Calvino, Lezioni Americane; Lolli, Discorso sulla Matematica]

Il mito di Perseo

- Medusa: metafora del mondo imprevedibile e mutevole

[Calvino, Lezioni Americane; Lolli, Discorso sulla Matematica]

Il mito di Perseo

- Medusa: metafora del mondo imprevedibile e mutevole
- Perseo: metafora dello scienziato proiettato verso il mondo

[Calvino, Lezioni Americane; Lolli, Discorso sulla Matematica]

- Medusa: metafora del mondo imprevedibile e mutevole
- Perseo: metafora dello scienziato proiettato verso il mondo
- Scudo riflettente: stratagemma per sconfiggere Medusa.

[Calvino, Lezioni Americane; Lolli, Discorso sulla Matematica]

- Medusa: metafora del mondo imprevedibile e mutevole
- Perseo: metafora dello scienziato proiettato verso il mondo
- Scudo riflettente: stratagemma per sconfiggere Medusa.
- Scudo riflettente: metafora della rappresentazione del mondo

[Calvino, Lezioni Americane; Lolli, Discorso sulla Matematica]

Il mito di Perseo

- Medusa: metafora del mondo imprevedibile e mutevole
- Perseo: metafora dello scienziato proiettato verso il mondo
- Scudo riflettente: stratagemma per sconfiggere Medusa.
- Scudo riflettente: metafora della rappresentazione del mondo
- Sapere: basato su immagini indirette $\rightarrow$ modelli

[Calvino, Lezioni Americane; Lolli, Discorso sulla Matematica]

Il mito di Perseo

- Medusa: metafora del mondo imprevedibile e mutevole
- Perseo: metafora dello scienziato proiettato verso il mondo
- Scudo riflettente: stratagemma per sconfiggere Medusa.
- Scudo riflettente: metafora della rappresentazione del mondo
- Sapere: basato su immagini indirette $\rightarrow$ modelli
- Modelli: permettono di guardare il mondo senza rimanere pietrificati dalla sua indomabile complessità.

[Calvino, Lezioni Americane; Lolli, Discorso sulla Matematica]

Modelli Matematici: un'incursione filosofica

- Modelli Matematici usati per simulare fenomeni di diverso tipo (naturali, ingegneristici, economici, ...)

Modelli Matematici: un'incursione filosofica

- Modelli Matematici usati per simulare fenomeni di diverso tipo (naturali, ingegneristici, economici, ...)
- Cosa è un modello matematico?

Modelli Matematici: un'incursione filosofica

- Modelli Matematici usati per simulare fenomeni di diverso tipo (naturali, ingegneristici, economici, ...)
- Cosa è un modello matematico?
- E' una descrizione nel linguaggio simbolico della matematica di un fenomeno (Galileo Galilei: il "libro della natura" è scritto nel linguaggio della matematica)

Modelli Matematici: un'incursione filosofica

- Modelli Matematici usati per simulare fenomeni di diverso tipo (naturali, ingegneristici, economici, ...)
- Cosa è un modello matematico?
- E' una descrizione nel linguaggio simbolico della matematica di un fenomeno (Galileo Galilei: il "libro della natura" è scritto nel linguaggio della matematica)

...questo grandissimo libro [della natura] che continuamente ci sta aperto innanzi agli occhi (io dico l'universo), non si può intendere se prima non s'impara a intender la lingua, e conoscer i caratteri né quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi, ed altre figure geometriche, senza i quali mezzi è impossibile a intendere umanamente parola; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro laberinto.

Modelli Matematici: un'incursione filosofica

- Modelli Matematici usati per simulare fenomeni di diverso tipo (naturali, ingegneristici, economici, ...)
- Cosa è un modello matematico?
- E' una descrizione nel linguaggio simbolico della matematica di un fenomeno (Galileo Galilei: il "libro della natura" è scritto nel linguaggio della matematica)
- A cosa serve?

Modelli Matematici: un'incursione filosofica

- Modelli Matematici usati per simulare fenomeni di diverso tipo (naturali, ingegneristici, economici, ...)
- Cosa è un modello matematico?
- E' una descrizione nel linguaggio simbolico della matematica di un fenomeno (Galileo Galilei: il "libro della natura" è scritto nel linguaggio della matematica)
- A cosa serve?
- Per prevedere il comportamento del fenomeno prima che effettivamente accada

- Quale relazione tra modello matematico e fenomeno?

- Quale relazione tra modello matematico e fenomeno?
- Il modello non è il fenomeno!

- Quale relazione tra modello matematico e fenomeno?
- Il modello non è il fenomeno!
- Il modello è una rappresentazione idealizzata e approssimata del fenomeno, perché è dedotto da ipotesi/assiomi iniziali (non dimostrabili !)

- Quale relazione tra modello matematico e fenomeno?
- Il modello non è il fenomeno!
- Il modello è una rappresentazione idealizzata e approssimata del fenomeno, perché è dedotto da ipotesi/assiomi iniziali (non dimostrabili !)
- Come verificare l'oggettività (*verità*) del modello?

- Quale relazione tra modello matematico e fenomeno?
- Il modello non è il fenomeno!
- Il modello è una rappresentazione idealizzata e approssimata del fenomeno, perché è dedotto da ipotesi/assiomi iniziali (non dimostrabili !)
- Come verificare l'oggettività (*verità*) del modello?
- Valutando la coincidenza tra previsione e dati sperimentali

- Quale relazione tra modello matematico e fenomeno?
- Il modello non è il fenomeno!
- Il modello è una rappresentazione idealizzata e approssimata del fenomeno, perché è dedotto da ipotesi/assiomi iniziali (non dimostrabili !)
- Come verificare l'oggettività (*verità*) del modello?
- Valutando la coincidenza tra previsione e dati sperimentali
- E. Wigner: "irragionevole efficacia della matematica nelle scienze naturali"

- Quale relazione tra modello matematico e fenomeno?
- Il modello non è il fenomeno!
- Il modello è una rappresentazione idealizzata e approssimata del fenomeno, perché è dedotto da ipotesi/assiomi iniziali (non dimostrabili !)
- Come verificare l'oggettività (*verità*) del modello?
- Valutando la coincidenza tra previsione e dati sperimentali
- E. Wigner: "irragionevole efficacia della matematica nelle scienze naturali"
- Hume: si suppone che la causalità osservata fino ad ora continuerà a manifestarsi

- Quale relazione tra modello matematico e fenomeno?
- Il modello non è il fenomeno!
- Il modello è una rappresentazione idealizzata e approssimata del fenomeno, perché è dedotto da ipotesi/assiomi iniziali (non dimostrabili !)
- Come verificare l'oggettività (*verità*) del modello?
- Valutando la coincidenza tra previsione e dati sperimentali
- E. Wigner: "irragionevole efficacia della matematica nelle scienze naturali"
- Hume: si suppone che la causalità osservata fino ad ora continuerà a manifestarsi
- de Finetti: "La causalità è un presupposto necessario: come potrei scoprire delle leggi se concepissi tutto come in balia del caso? Come potrei ricavare, dall'esperienza del passato, una qualche previsione, senza questo principio che mi assicuri che quanto è avvenuto è avvenuto per cause che si ripeteranno, e che, come hanno determinato il corso del passato, determineranno il corso del futuro?"

- Quindi...
- I modelli matematici (come ogni teoria scientifica) non sono verità immutabili nel tempo, ma soggetti a continui sviluppi: miglioramento, demolizione, sostituzione.

- Quindi...
- I modelli matematici (come ogni teoria scientifica) non sono verità immutabili nel tempo, ma soggetti a continui sviluppi: miglioramento, demolizione, sostituzione.
- Popper: processo di falsificazione

- Quindi...
- I modelli matematici (come ogni teoria scientifica) non sono verità immutabili nel tempo, ma soggetti a continui sviluppi: miglioramento, demolizione, sostituzione.
- Popper: processo di falsificazione
- Kuhn: rivoluzioni scientifiche, cambio di paradigma

- Quindi...
- I modelli matematici (come ogni teoria scientifica) non sono verità immutabili nel tempo, ma soggetti a continui sviluppi: miglioramento, demolizione, sostituzione.
- Popper: processo di falsificazione
- Kuhn: rivoluzioni scientifiche, cambio di paradigma
- de Finetti: "La scienza, intesa come scopritrice di verità assolute, rimane dunque, e naturalmente, disoccupata per mancanza di verità assolute".

- Quindi...
- I modelli matematici (come ogni teoria scientifica) non sono verità immutabili nel tempo, ma soggetti a continui sviluppi: miglioramento, demolizione, sostituzione.
- Popper: processo di falsificazione
- Kuhn: rivoluzioni scientifiche, cambio di paradigma
- de Finetti: "La scienza, intesa come scopritrice di verità assolute, rimane dunque, e naturalmente, disoccupata per mancanza di verità assolute".
- de Finetti: "Dobbiamo inventare il mondo per inquadrarvi le nostre sensazioni, ma non dovremo mai considerarlo come uno schema rigido e fisso, come una costruzione definitiva: esso non è che il risultato provvisorio di uno sforzo di sintesi.

".

- Quindi...
- I modelli matematici (come ogni teoria scientifica) non sono verità immutabili nel tempo, ma soggetti a continui sviluppi: miglioramento, demolizione, sostituzione.
- Popper: processo di falsificazione
- Kuhn: rivoluzioni scientifiche, cambio di paradigma
- de Finetti: "La scienza, intesa come scopritrice di verità assolute, rimane dunque, e naturalmente, disoccupata per mancanza di verità assolute".
- de Finetti: "Dobbiamo inventare il mondo per inquadrarvi le nostre sensazioni, ma non dovremo mai considerarlo come uno schema rigido e fisso, come una costruzione definitiva: esso non è che il risultato provvisorio di uno sforzo di sintesi. Le nostre sensazioni, i nostri concetti fondamentali, a cominciare da quelli di spazio e di tempo, non saranno mai i protagonisti di una commedia finita ove ciascuno ha la sua parte e il suo ruolo, saranno sempre i *sei personaggi in cerca d'autore*".

Modellistica matematica
in equilibrio tra realtà e finzione

Problema Ingegneristico

Problema Ingegneristico

Matematizazzione

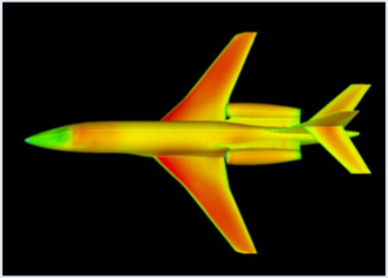
$$\begin{cases} \dfrac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\, \mathbf{u}) = 0 \\ \dfrac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\, \mathbf{u} \otimes \mathbf{u} + P\, \mathrm{I}) = 0 \\ \dfrac{\partial E^t}{\partial t} + \nabla \cdot [\mathbf{u}\,(E^t + P)] = 0 \end{cases}$$

Problema Ingegneristico

Matematizzazione

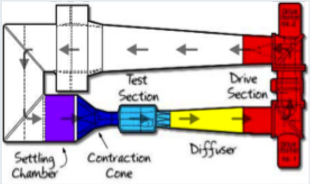
$$
\begin{cases}
\dfrac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\, \mathbf{u}) = 0 \\[2ex]
\dfrac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\, \mathbf{u} \otimes \mathbf{u} + P\, \mathrm{I}) = 0 \\[2ex]
\dfrac{\partial E^t}{\partial t} + \nabla \cdot \left[\mathbf{u}\, (E^t + P) \right] = 0
\end{cases}
$$

Approssimazione Numerica



Problema Ingegneristico

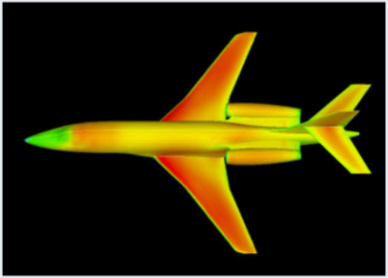
Validazione sperimentale



Matematizazzione

$$
\begin{cases}
\dfrac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\, \mathbf{u}) = 0 \\[2ex]
\dfrac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\, \mathbf{u} \otimes \mathbf{u} + P\, \mathrm{I}) = 0 \\[2ex]
\dfrac{\partial E^t}{\partial t} + \nabla \cdot [\mathbf{u}\, (E^t + P)] = 0
\end{cases}
$$

Approssimazione Numerica



Un esempio: modellistica del processo di estrusione

Cosa si produce per estrusione?

Cosa si produce per estrusione?

da http://www.italgi.it

Un esempio: modellistica del processo di estrusione

Cosa si produce per estrusione?

da http://www.apextrusion.com/

Cosa si produce per estrusione?

da http://www.apextrusion.com/

da http://lusidarubber.com

Un esempio: modellistica del processo di estrusione

Come funziona?

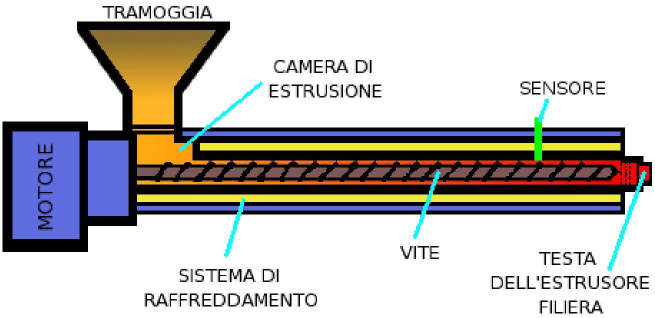


Figure: Schema di un estrusore

Problema ingegneristico

- Problema: Temperature o pressioni troppo elevate all'interno della camera di estrusione rappresentano un ostacolo alla lavorazione (es. vetrificazione).

Problema ingegneristico

- Problema: Temperature o pressioni troppo elevate all'interno della camera di estrusione rappresentano un ostacolo alla lavorazione (es. vetrificazione).
- Obiettivo:

Problema ingegneristico

- Problema: Temperature o pressioni troppo elevate all'interno della camera di estrusione rappresentano un ostacolo alla lavorazione (es. vetrificazione).
- Obiettivo:
  1. Simulare i profili di temperatura e di pressione all'interno della camera di estrusione

Problema ingegneristico

- Problema: Temperature o pressioni troppo elevate all'interno della camera di estrusione rappresentano un ostacolo alla lavorazione (es. vetrificazione).
- Obiettivo:
  1. Simulare i profili di temperatura e di pressione all'interno della camera di estrusione
  2. Individuare le caratteristiche geometriche della vite che maggiormente influenzano la temperatura e la pressione

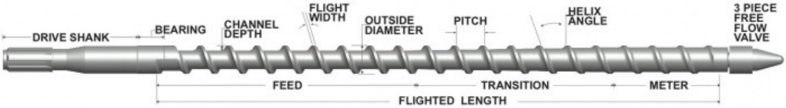
Problema ingegneristico

- Problema: Temperature o pressioni troppo elevate all'interno della camera di estrusione rappresentano un ostacolo alla lavorazione (es. vetrificazione).
- Obiettivo:
    1. Simulare i profili di temperatura e di pressione all'interno della camera di estrusione
    2. Individuare le caratteristiche geometriche della vite che maggiormente influenzano la temperatura e la pressione
    3. Progettare viti ottimali per controllare temperatura e pressione

Problema ingegneristico

- Problema: Temperature o pressioni troppo elevate all'interno della camera di estrusione rappresentano un ostacolo alla lavorazione (es. vetrificazione).
- Obiettivo:
  1. Simulare i profili di temperatura e di pressione all'interno della camera di estrusione
  2. Individuare le caratteristiche geometriche della vite che maggiormente influenzano la temperatura e la pressione
  3. Progettare viti ottimali per controllare temperatura e pressione

In collaborazione con MOX-OFF (Spin-off del Politecnico di Milano)



- **feed**: riceve e prepara la mescola (nocciolo a raggio fisso, eliche ad ampio raggio, canale stretto).
- **transition**: la mescola raggiunge lo stato fluido (nocciolo a raggio variabile, presenze di creste)
- **meter**: spinge la mescola verso la testa dell'estrusore, caratterizzato da un aumento della pressione (nocciolo a raggio fisso, eliche poco profonde, canale ampio)

immagine tratta da: http://reiloyusa.com

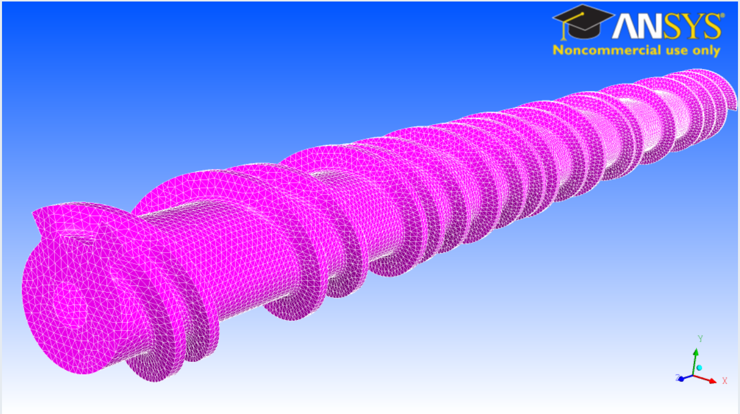
Matematizzazione

Descrizione fase fluida:

$$\begin{cases} -\nabla \cdot \underline{\tau} + \nabla p = 0 \\ \underline{\tau} = \frac{1}{2}\eta(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) \\ \nabla \cdot \mathbf{u} + a\Delta p = 0 \\ \rho c_p \mathbf{u} \nabla T = K\Delta T + \underline{\tau} : \nabla \mathbf{u} \end{cases} \qquad \begin{cases} \eta(\dot{\gamma}, T) = \eta_0(\dot{\gamma}) \cdot H(T) \\ \eta_0(\dot{\gamma}) = k\dot{\gamma}^{n-1} \\ H(T) = \exp(-\alpha(T - T_\alpha)) \end{cases}$$

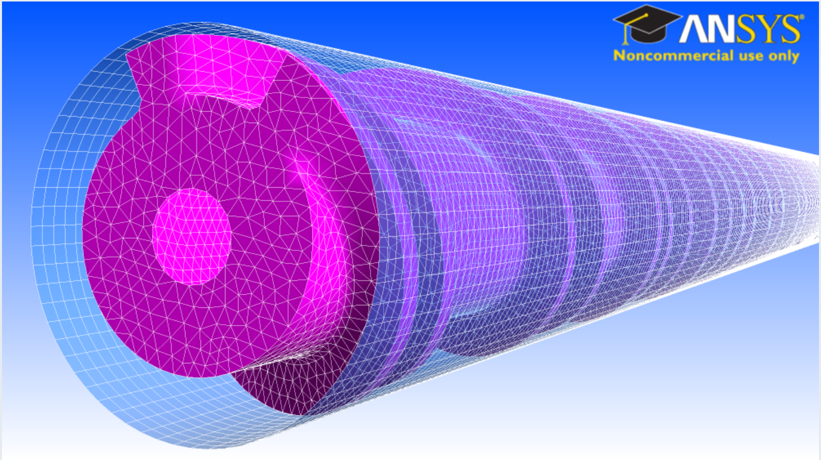
$\mathbf{u}$ - velocità; p - pressione; T - temperatura; ρ - densità;
$c_p, Ka, \eta_0, k, \alpha$ - parametri da tarare

Vite: griglia di calcolo



- Numero Elementi: 550K

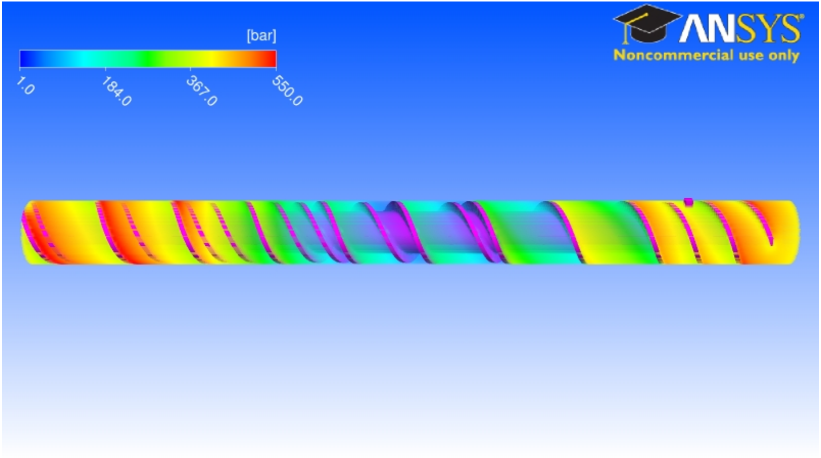
Camera di estrusione: griglia di calcolo



Numero Elementi: 1Milione

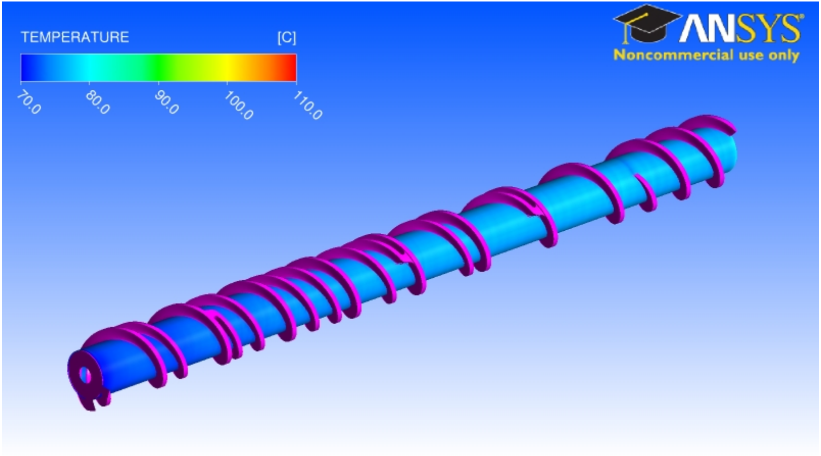
Tempo di calcolo: 48h - 4core Risorse di calcolo: 40GB RAM

Profilo di pressione



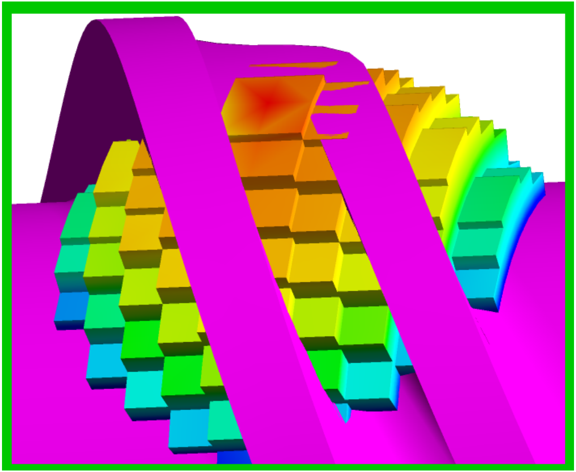
Risultati - Temperatura (i)

Profilo di temperatura



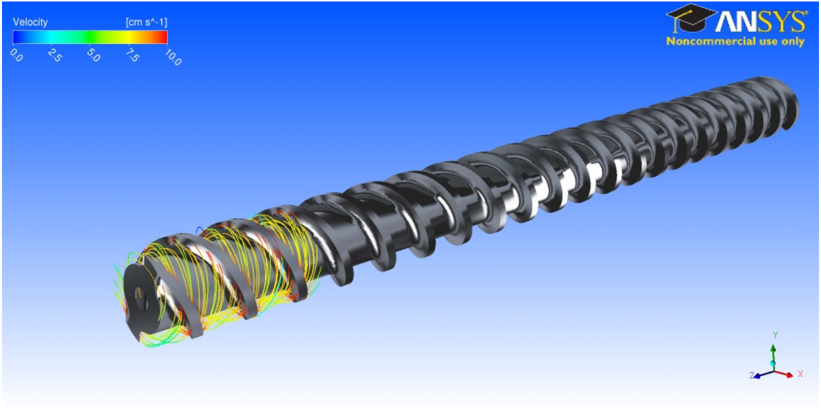
- Picchi in prossimità delle alette.

Risultati - Temperatura (ii)



- Dettaglio cresta di travaso

Risultati - Velocità



Traccia per un lavoro in classe

Modello iper-semplificato di un forno monodimensionale

Modello iper-semplificato di un forno monodimensionale

$$\begin{cases} -T''(x) = \alpha_1 f_1(x) + \alpha_2 f_2(x) \\ T(0) = T(1) = 0 \end{cases}$$

$\mathcal{I} = (0,1)$: forno 1D
T: temperatura stazionaria
f_1, f_2: sorgenti di calore
α_1, α_2: intensità sorgenti

Modello iper-semplificato di un forno monodimensionale

$$\begin{cases} -T''(x) = \alpha_1 f_1(x) + \alpha_2 f_2(x) \\ T(0) = T(1) = 0 \end{cases}$$

$\mathcal{I} = (0,1)$: forno 1D
T: temperatura stazionaria
f_1, f_2: sorgenti di calore
α_1, α_2: intensità sorgenti

Osservazione: $T(x) = \alpha_1 T_1(x) + \alpha_2 T_2(x)$ con T_i soluzione di:

$$\begin{cases} -T_i''(x) = f_i(x) \\ T_i(0) = T_i(1) = 0 \end{cases}$$

Traccia per un lavoro in classe

$$\begin{cases} -T''(x) = \alpha_1 f_1(x) + \alpha_2 f_2(x) \\ T(0) = T(1) = 0 \end{cases}$$

$\mathcal{I} = (0,1)$: forno 1D
T: temperatura stazionaria
f_1, f_2: sorgenti di calore
α_1, α_2: intensità sorgenti

Traccia per un lavoro in classe

$$\begin{cases} -T''(x) = \alpha_1 f_1(x) + \alpha_2 f_2(x) \\ T(0) = T(1) = 0 \end{cases}$$

$\mathcal{I} = (0,1)$: forno 1D
T: temperatura stazionaria
f_1, f_2: sorgenti di calore
α_1, α_2: intensità sorgenti

- Problema diretto: assegnati $\alpha_i, f_i(x) \rightarrow$ trovare $T(x)$

Traccia per un lavoro in classe

$$\begin{cases} -T''(x) = \alpha_1 f_1(x) + \alpha_2 f_2(x) \\ T(0) = T(1) = 0 \end{cases}$$

$\mathcal{I} = (0,1)$: forno 1D
T: temperatura stazionaria
f_1, f_2: sorgenti di calore
α_1, α_2: intensità sorgenti

- Problema diretto: assegnati $\alpha_i, f_i(x) \rightarrow$ trovare $T(x)$
- Problema inverso: assegnati $f_i(x)$ e $\bar{T}(x) \rightarrow$ trovare α_1, α_2 tale che

$$T(x) \simeq \bar{T}(x)$$

Traccia per un lavoro in classe

$$\begin{cases} -T''(x) = \alpha_1 f_1(x) + \alpha_2 f_2(x) \\ T(0) = T(1) = 0 \end{cases}$$

$\mathcal{I} = (0,1)$: forno 1D
T: temperatura stazionaria
f_1, f_2: sorgenti di calore
α_1, α_2: intensità sorgenti

- Problema diretto: assegnati $\alpha_i, f_i(x) \to$ trovare $T(x)$
- Problema inverso: assegnati $f_i(x)$ e $\bar{T}(x) \to$ trovare α_1, α_2 tale che

$$T(x) \simeq \bar{T}(x)$$

Trovare intensità sorgenti per garantire una temperatura "vicina" alla temperatura desiderata $\bar{T}(x)$

Funzionale costo $J(\alpha_1, \alpha_2) := \int_0^1 (T(x) - \bar{T}(x))^2 dx$

Funzionale costo $J(\alpha_1, \alpha_2) := \int_0^1 (T(x) - \bar{T}(x))^2 dx$

Problema inverso $\rightarrow$ pb di minimizzazione vincolata

$\min\limits_{\alpha_1, \alpha_2} J(\alpha_1, \alpha_2)$ con il vincolo che $T(x)$ risolva il problema:

$$\begin{cases} -T''(x) = \alpha_1 f_1(x) + \alpha_2 f_2(x) \\ T(0) = T(1) = 0 \end{cases}$$

Funzionale costo

$$J(\alpha_1, \alpha_2) := \int_0^1 (\alpha_1 T_1(x) + \alpha_2 T_2(x) - \bar{T}(x))^2 dx$$

Funzionale costo

$$J(\alpha_1, \alpha_2) := \int_0^1 (\alpha_1 T_1(x) + \alpha_2 T_2(x) - \bar{T}(x))^2 dx$$

Condizione di ottimalità:

$$\frac{\partial J}{\partial \alpha_1} = \frac{\partial J}{\partial \alpha_2} = 0$$

Funzionale costo

$$J(\alpha_1, \alpha_2) := \int_0^1 (\alpha_1 T_1(x) + \alpha_2 T_2(x) - \bar{T}(x))^2 dx$$

Condizione di ottimalità:

$$\frac{\partial J}{\partial \alpha_1} = \frac{\partial J}{\partial \alpha_2} = 0$$

$$\frac{\partial J}{\partial \alpha_i} = 2 \int_0^1 (\alpha_1 T_1(x) + \alpha_2 T_2(x) - \bar{T}(x)) T_i(x) dx$$

Condizione di ottimalità:

$$\frac{\partial J}{\partial \alpha_i} = 2\int_0^1 (\alpha_1 T_1(x) + \alpha_2 T_2(x) - \bar{T}(x))T_i(x)dx = 0 \quad i = 1, 2$$

Condizione di ottimalità:

$$\frac{\partial J}{\partial \alpha_i} = 2\int_0^1 (\alpha_1 T_1(x) + \alpha_2 T_2(x) - \bar{T}(x))T_i(x)dx = 0 \quad i = 1, 2$$

Formulazione algebrica della condizione di ottimalità:

$$A\alpha = \mathbf{F}$$

- $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2)^T$
- $\mathbf{F} = 2(\int_0^1 \bar{T}(x)T_1(x)dx,\ \int_0^1 \bar{T}(x)T_2(x)dx)^T$
- $A_{11} = 2\int_0^1 T_1(x)T_1(x)dx,\quad A_{12} = 2\int_0^1 T_1(x)T_2(x)dx$

  $A_{21} = 2\int_0^1 T_2(x)T_1(x)dx,\quad A_{22} = 2\int_0^1 T_2(x)T_2(x)dx$

Modulo 1: Determinare $T_i(x)$ $\rightarrow$ approssimare numericamente soluzioni eq. differenziali (es. metodo delle differenze finite)

Modulo 1: Determinare $T_i(x)$ $\rightarrow$ approssimare numericamente soluzioni eq. differenziali (es. metodo delle differenze finite)

Modulo 2: Assemblare il sistema lineare $A\alpha = \mathbf{F}$ $\rightarrow$ approssimazione numerica integrali (es. Cavalieri-Simpson)

Struttura del lavoro: una proposta

Modulo 1: Determinare $T_i(x)$ $\rightarrow$ approssimare numericamente soluzioni eq. differenziali (es. metodo delle differenze finite)

Modulo 2: Assemblare il sistema lineare $A\alpha = \mathbf{F}$ $\rightarrow$ approssimazione numerica integrali (es. Cavalieri-Simpson)

Modulo 3: Risolvere $A\alpha = \mathbf{F}$ $\rightarrow$ metodi numerici per sistemi lineari (es. eliminazione di Gauss)

Per maggiori informazioni: `marco.verani@polimi.it`

Conclusioni: Pura o Applicata?

- "Chi s'innamora di pratica senza scientia è come 'l nocchiere che entra in naviglio senza timone o bussola, che mai ha certezza dove si vada. Sempre la pratica deve essere edificata sopra la bona teoria" (Leonardo Da Vinci)

Conclusioni: Pura o Applicata?

- “Chi s’innamora di pratica senza scientia è come ’l nocchiere che entra in naviglio senza timone o bussola, che mai ha certezza dove si vada. Sempre la pratica deve essere edificata sopra la bona teoria” (Leonardo Da Vinci)
- de Finetti, “l’Utopia come presupposto necessario per ogni impostazione significativa della scienza economica”:

Conclusioni: Pura o Applicata?

- "Chi s'innamora di pratica senza scientia è come 'l nocchiere che entra in naviglio senza timone o bussola, che mai ha certezza dove si vada. Sempre la pratica deve essere edificata sopra la bona teoria" (Leonardo Da Vinci)
- de Finetti, "l'Utopia come presupposto necessario per ogni impostazione significativa della scienza economica":

  "Un'Utopia non sarà quasi mai un modello da realizzare tale e quale in forma pratica, ma viceversa, nessuno dei molti e svariati possibili miglioramenti (...) potrebbe verosimilmente venir concepito ed attuato senza venir prima concepito studiato esaminato sotto la specie di Utopia."