Leonardo e le discipline matematiche

Bari 7 ottobre 2018

Argante Ciocci

Leonardo e il suo tempo (1452-1519)

- Gli anni della formazione e la bottega di Andrea Verrocchio
- (1469-1482)

Leonardo a Milano (1482-1499)

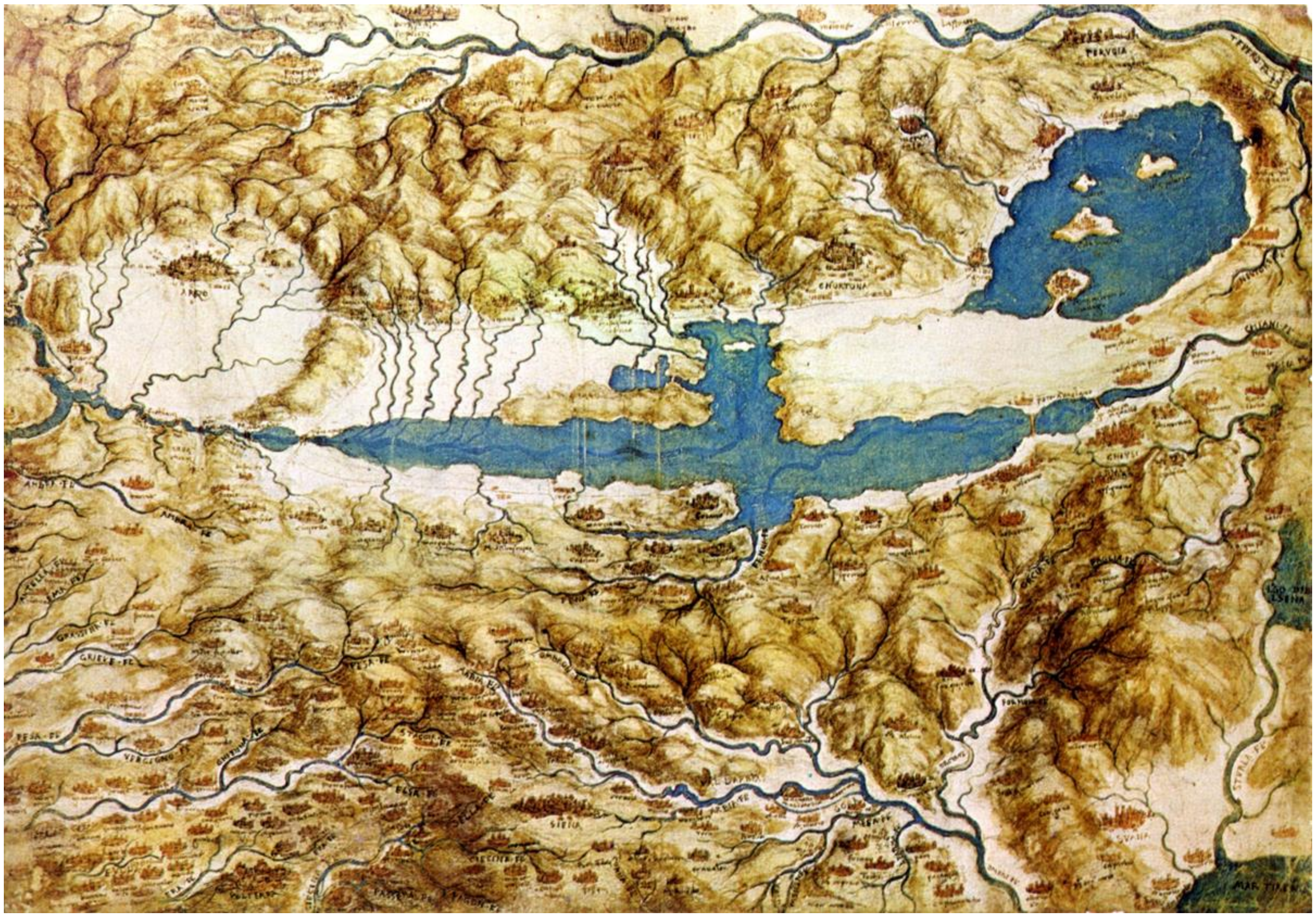
- La formazione culturale dell' «omo sanza lettere».
- L'interesse per la cultura ufficiale e lo studio del latino

Il ritorno a Firenze (1500-1507)

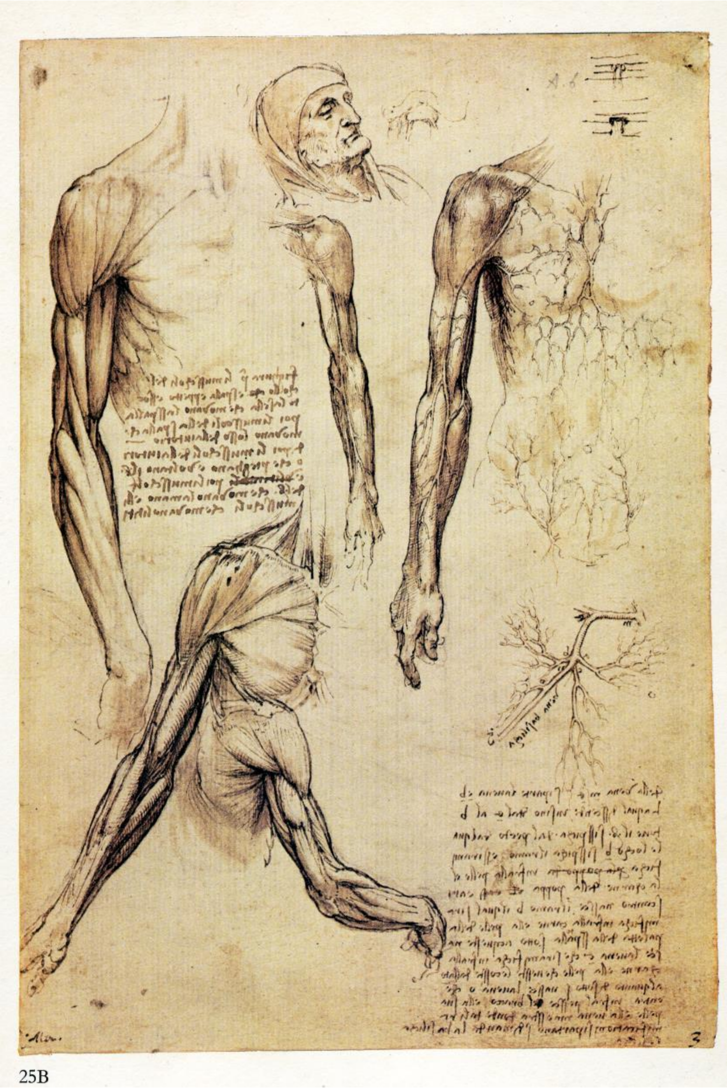
Lo studio della geometria e la frequentazione con Pacioli.

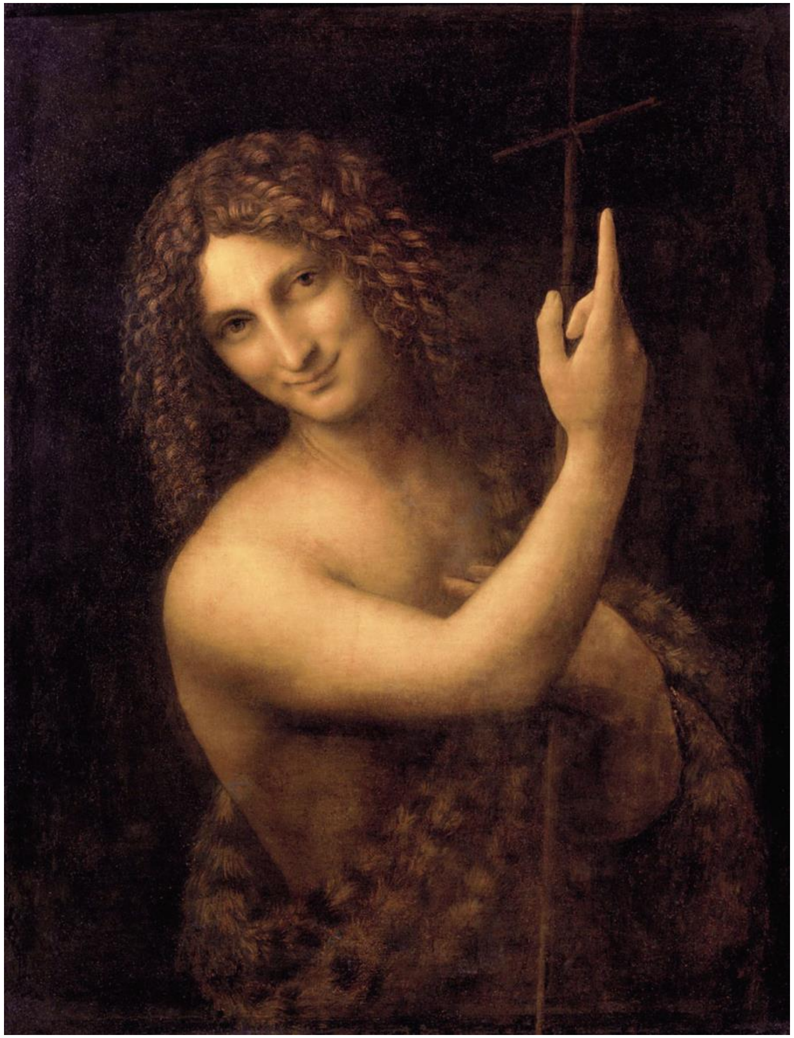
L’affresco della Battaglia di Anghiari e Sant’Anna

Leonardo ingegnere e cartografo di Cesare Borgia (1502-1503)

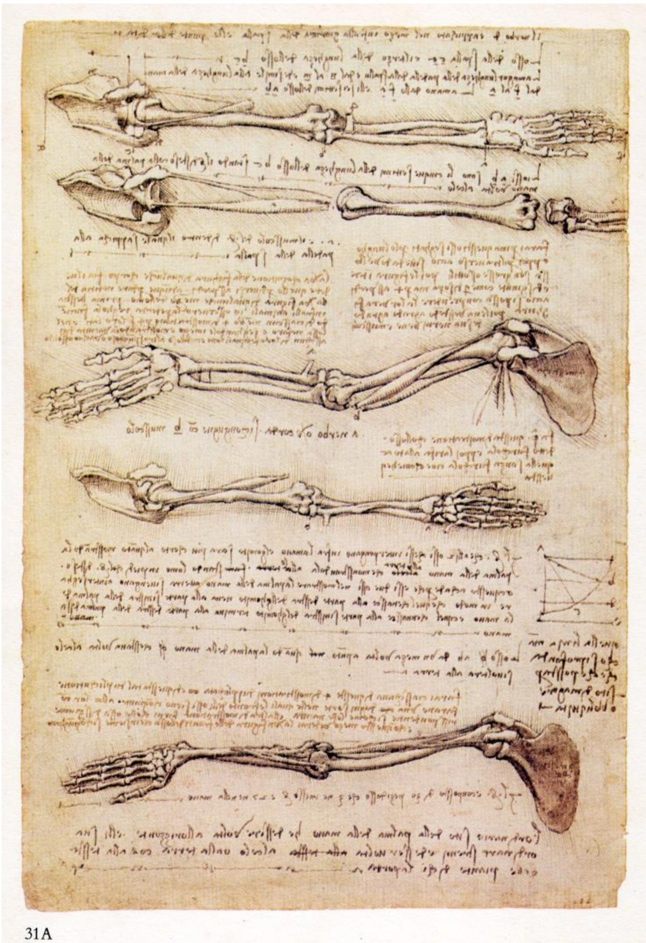


Il secondo periodo milanese (1508-1513)

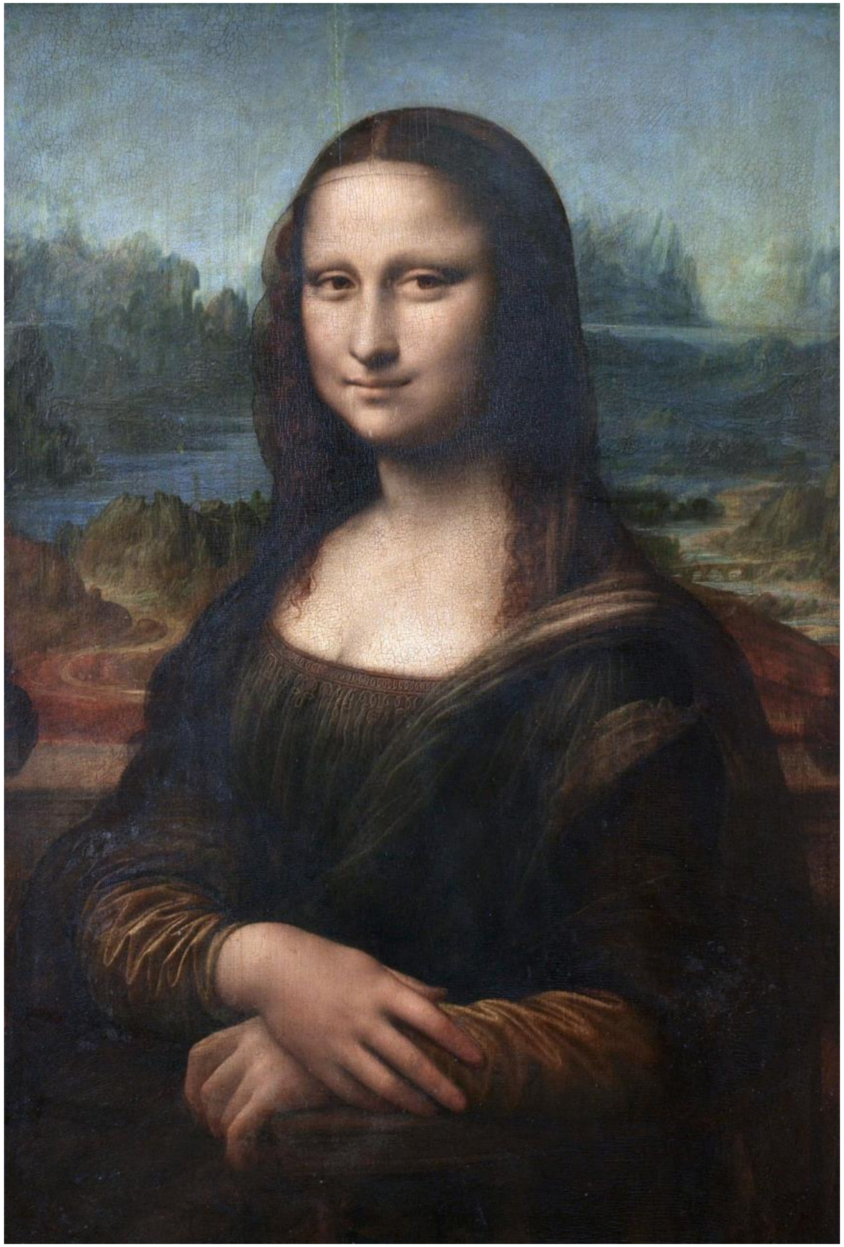




Leonardo a Roma (1513-1517)



Gli ultimi anni ad Amboise (1517-1519)



I manoscritti di Leonardo

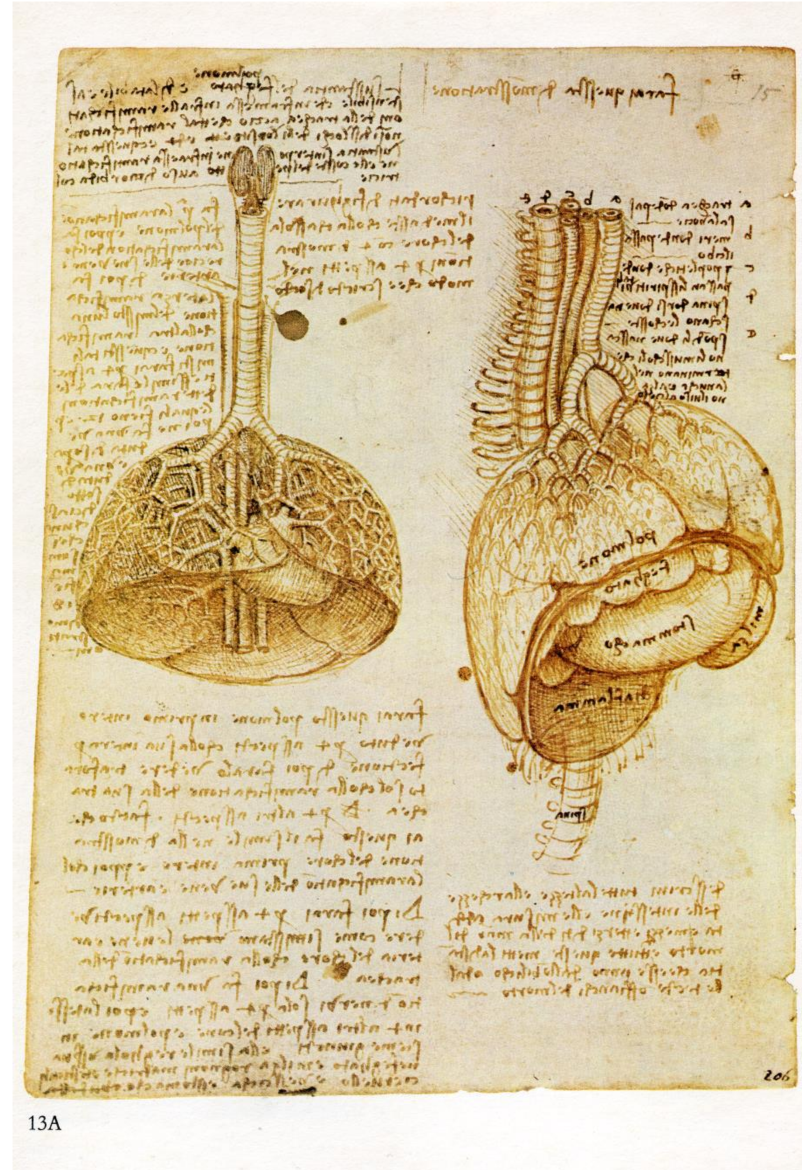
- Manuscripts A-M
- (Paris, Bibliotheque de l'Institut de France)
- 1. Manuscript A (Ms. 2172 and Ms. 2185), datable c. 1490-92.
- 2. Manuscript B (Ms. 2173 and Ms. 2184), datable c. 1485-87.
- 3. Manuscript C (Ms. 2174), datable c. 1490-91.
- 4. Manuscript D (Ms. 2175), datable c. 1508-09.
- 5. Manuscript E (Ms. 2176), datable c. 1513-14.
- 6. Manuscript F (Ms. 2177), datable c. 1508-09.
- 7. Manuscript G (Ms. 2178), datable c. 1510-15.
- 8. Manuscript H (Ms. 2179), datable c. 1493-94.
- 9. Manuscript I (Ms. 2180), dated 1497.
- 10. Manuscript K (Ms. 2181), datable c. 1503-07.
- 11. Manuscript L (Ms. 2182), datable c. 1497-1502.
- 12. Manuscript M (Ms. 2183), datable c. 1495-97.

I manoscritti di Leonardo

- Codex Arundel
- \- Codex Atlanticus
- \- Codex on the Flight of Birds
- \- Forster Codices
- \- Codex Leicester
- \- Madrid Codices
- \- Codex Trivulzianus
- \- Windsor Folios

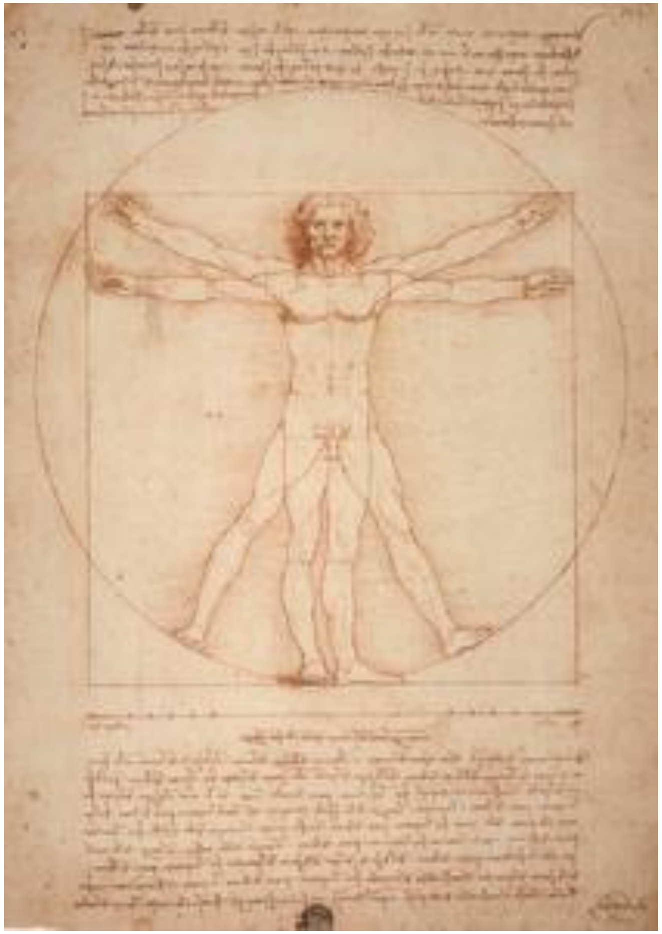
La mente di Leonardo

- L'uso delle analogie
- Un pensiero sistemico
- Le forme viventi e le trasformazioni della natura



LEONARDO DA VINCI:
la scienza trasfigurata nell’arte.

- La scienza nell’arte
- 1)Prospettiva
- 2) Studio dell’occhio
- 3) Proporzioni del corpo umano
- 4) Proporzioni e poliedri regolari
- 5) La statica nell’arte

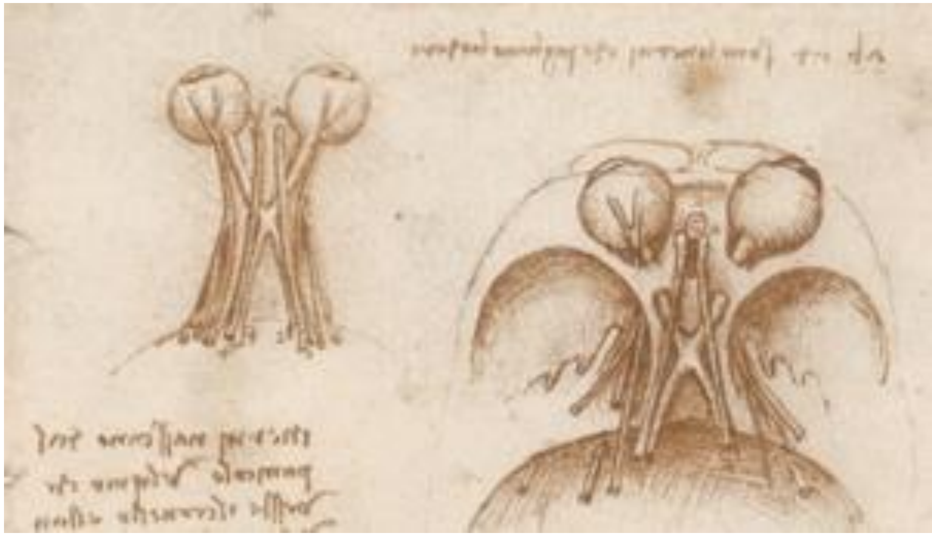


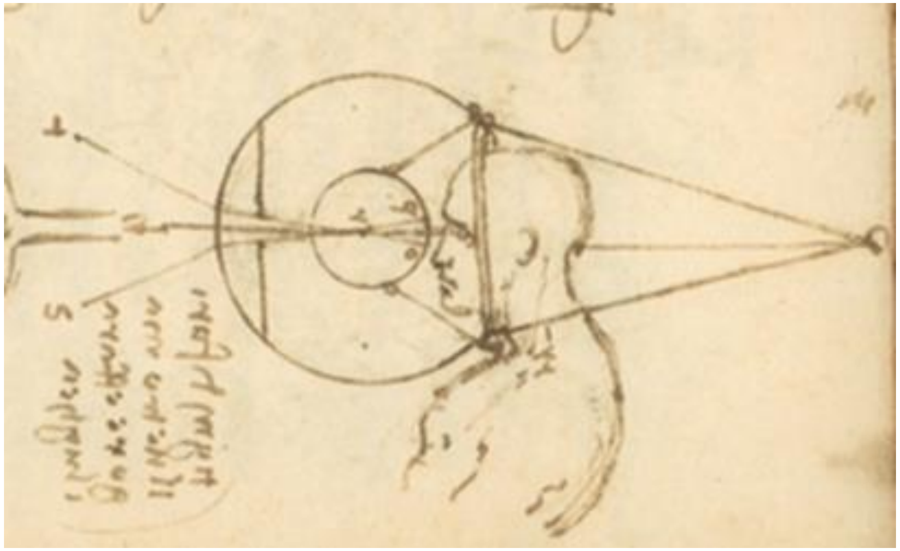
- L’arte nella scienza
- 6) il disegno artistico e la nascita dell’anatomia moderna
- 7) il disegno tecnico e le macchine di Leonardo

- “Prospettiva non è altro che vedere uno sito dirieto a uno vetro piano e ben trasparente, su la superfizie del quale sia segnato tutte le cose che sono da esso vetro indietro, le quali si possono condurre per piramidi al punto dell’occhio e esse piramidi si tagliano su detto vetro” (Ms. A 1v)

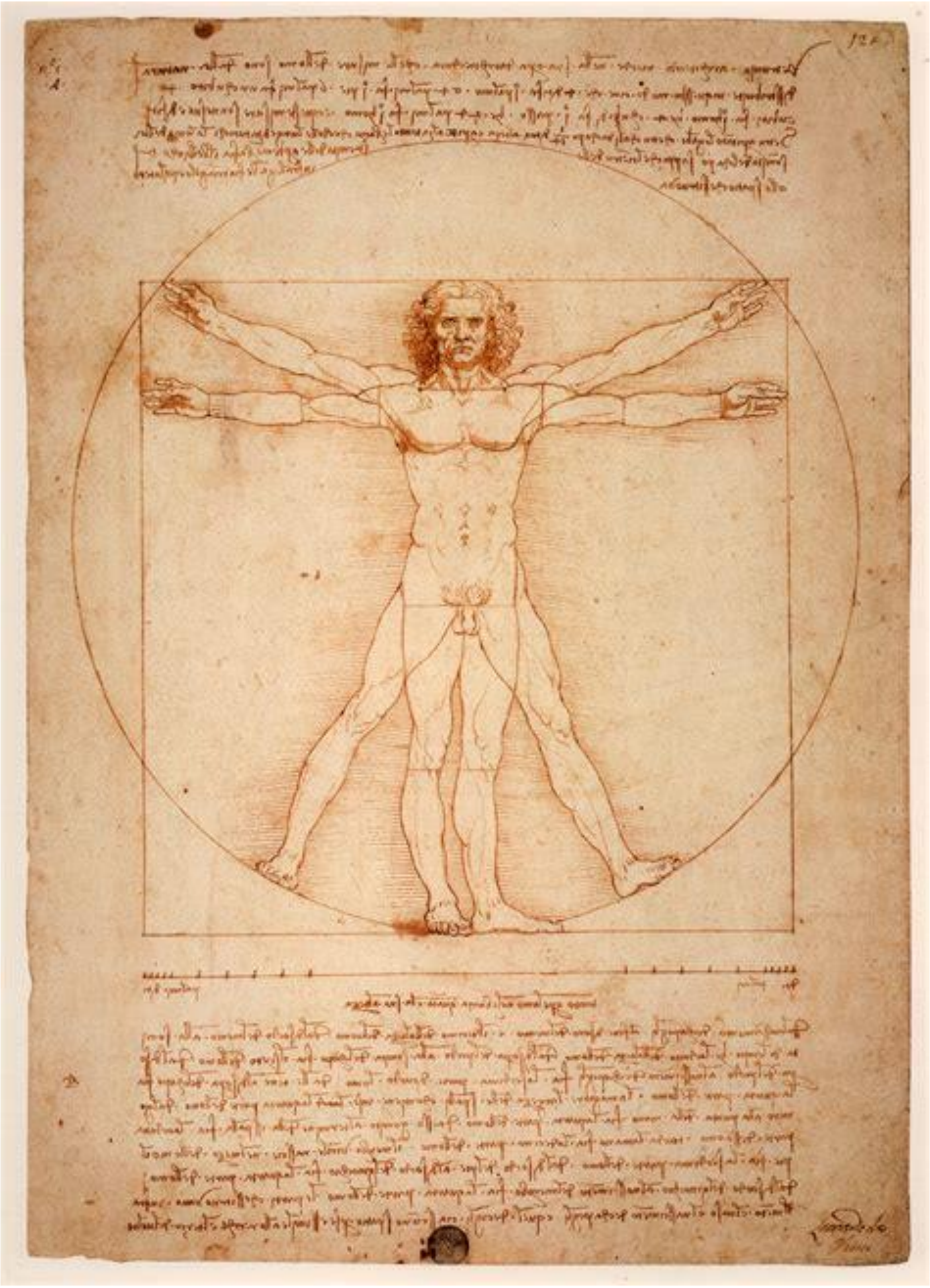
Pittore che usa il “vetro” per disegnare una sfera armillare

Lo studio della fisiologia dell'occhio

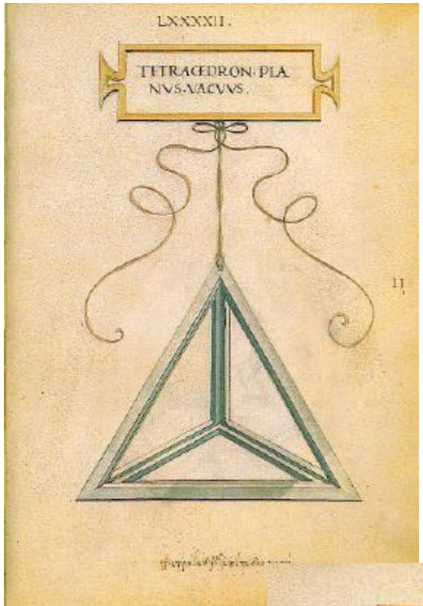


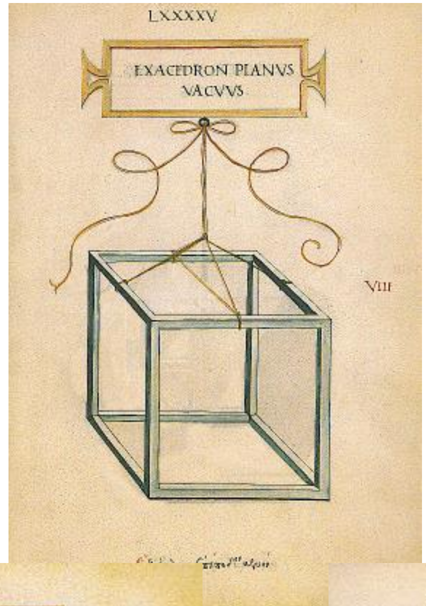


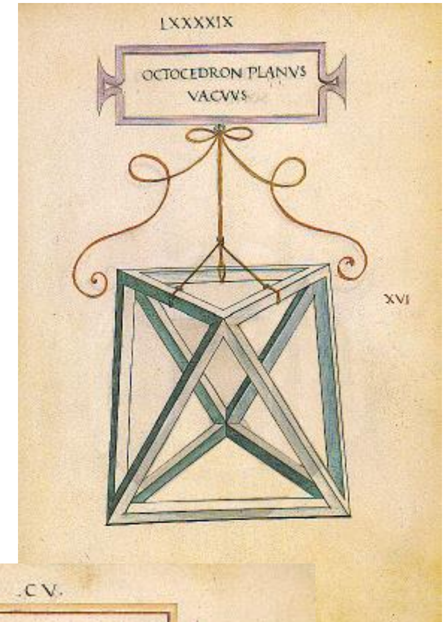
Le proporzioni e l'uomo vitruviano

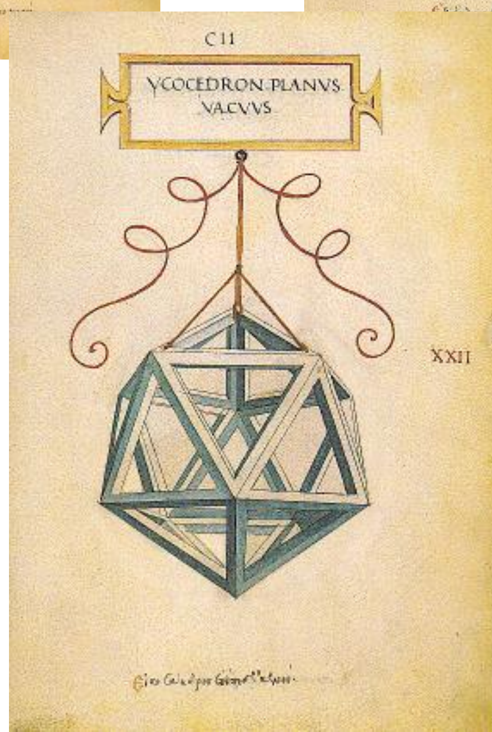


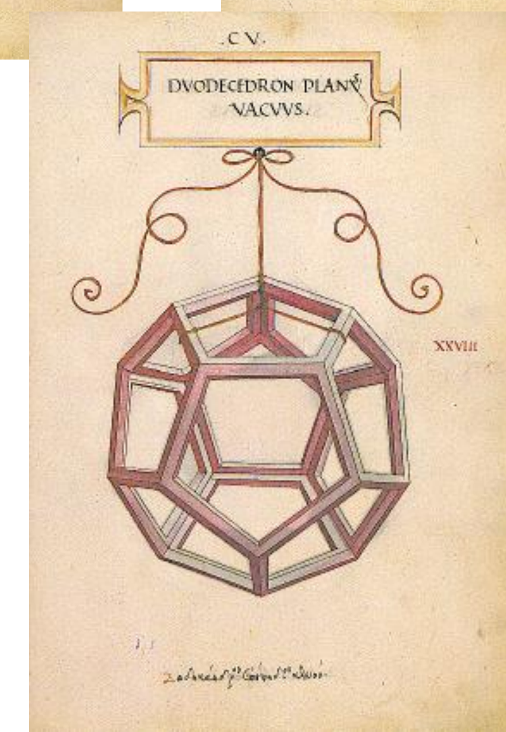
Le proporzioni e gli elementi naturali











La statica nell'arte

- Nella figura di Sant'Anna (*Sant'Anna, la Madonna, il Bambino e l'Agnello,*Parigi, Louvre) le braccia si alzano e si abbassano come il peso e il contrappeso di una bilancia. La situazione di *Sant'Anna* ricorda quella del "bilico semplice". La lunghezza dei bracci della bilancia virtuale è inversamente proporzionale alla distribuzione dei pesi

L'equilibrio nelle figure dipinte: la *Madonna* ovvero il "bilico composto"

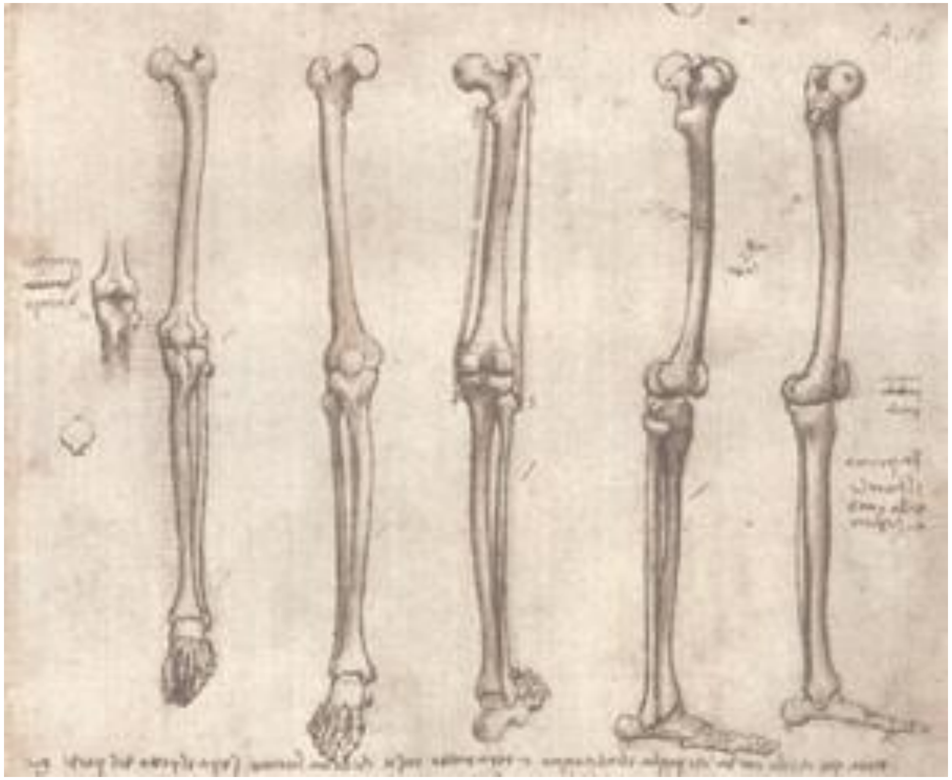
- Nella figura la Madonna (*Sant'Anna, la Madonna, il Bambino e l'Agnello,*Parigi, Louvre), tenta di sollevare il Bambino: in questo caso il baricentro non passa per la figura, ma si dispone tra le Madonna che solleva e il Bambino che è sollevato. La situazione ricorda quella del "bilico composto".

Leda, il cigno e la legge della leva

- Nel disegno di Leonardo Leda vuole sollevarsi dalla posizione inginocchiata: il peso del corpo si sposta sulla sinistra rispetto al fulcro (ginocchio-gamba destra) per acquistare la forza necessaria ad alzarsi

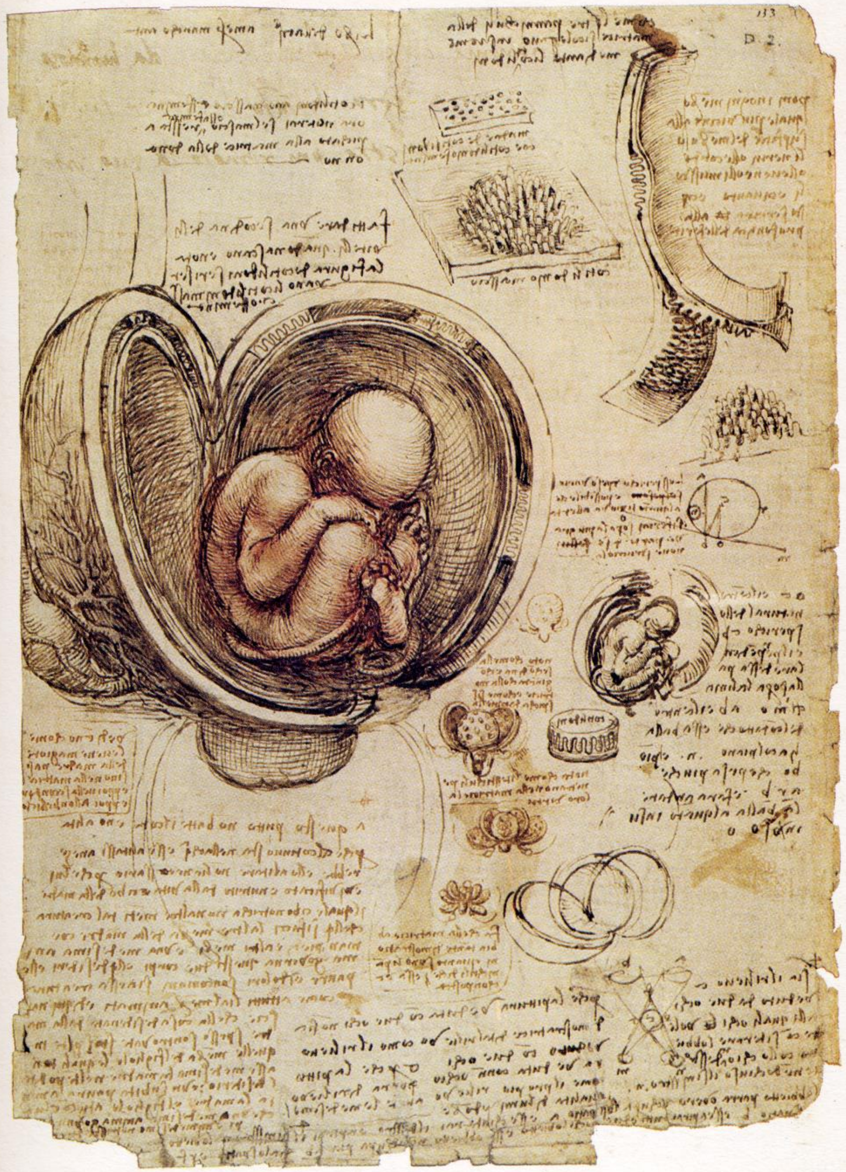
Botanica e geologia nella pittura

Leonardo da Vinci e il disegno anatomico



- La fiducia di Leonardo nel valore conoscitivo e comunicativo del linguaggio visivo dell'immagine è radicale e determina la duplice aspirazione del suo studio anatomico: da un lato comprensione scientifica della struttura corporea, alla stregua e anzi meglio degli scienziati, dall'altro studio basilare per la rappresentazione artistica.

  Leonardo, come si evince da svariate evidenze (tra cui lo studio di parti anatomiche prive di utilità immediata per l'artista), intende rivolgersi parimenti ai medici e agli artisti.



19A

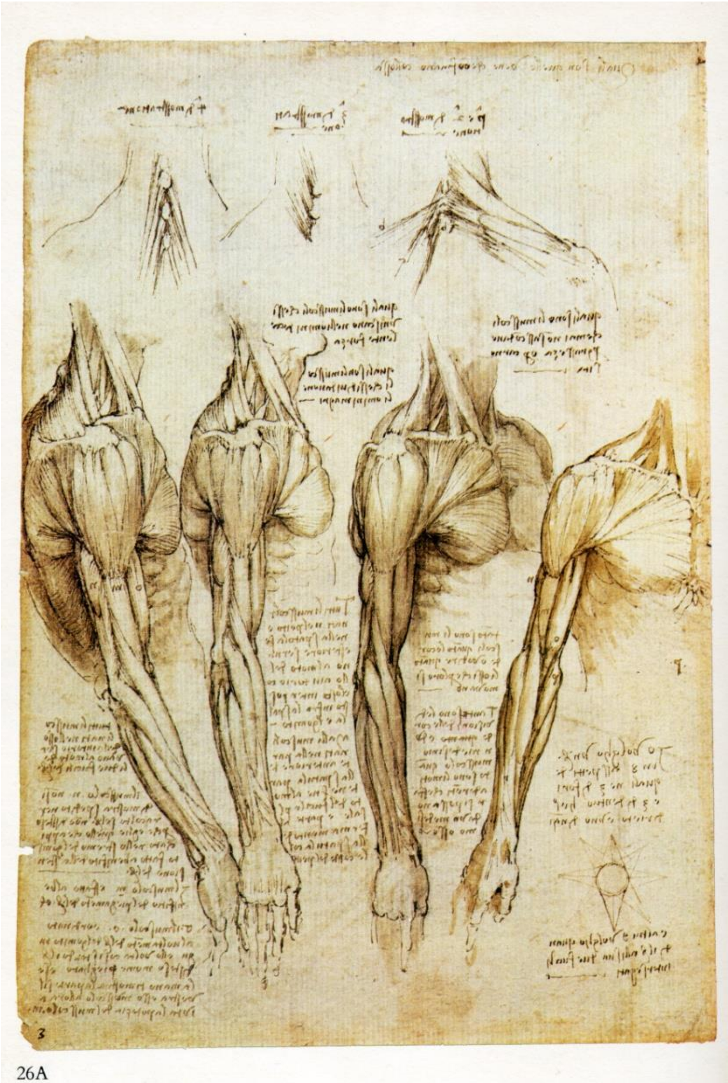
18A

Il disegno anatomico e l’osservatore mobile

Leonardo da Vinci

- **RL 19008v, K/P 140v**. *studi del braccio e del tronco (muscoli e ossa)*. The Royal Collection © 2004, Her Majesty Queen Elizabeth II

Leonardo disegna l’arto superiore osservandolo da diversi punti di vista

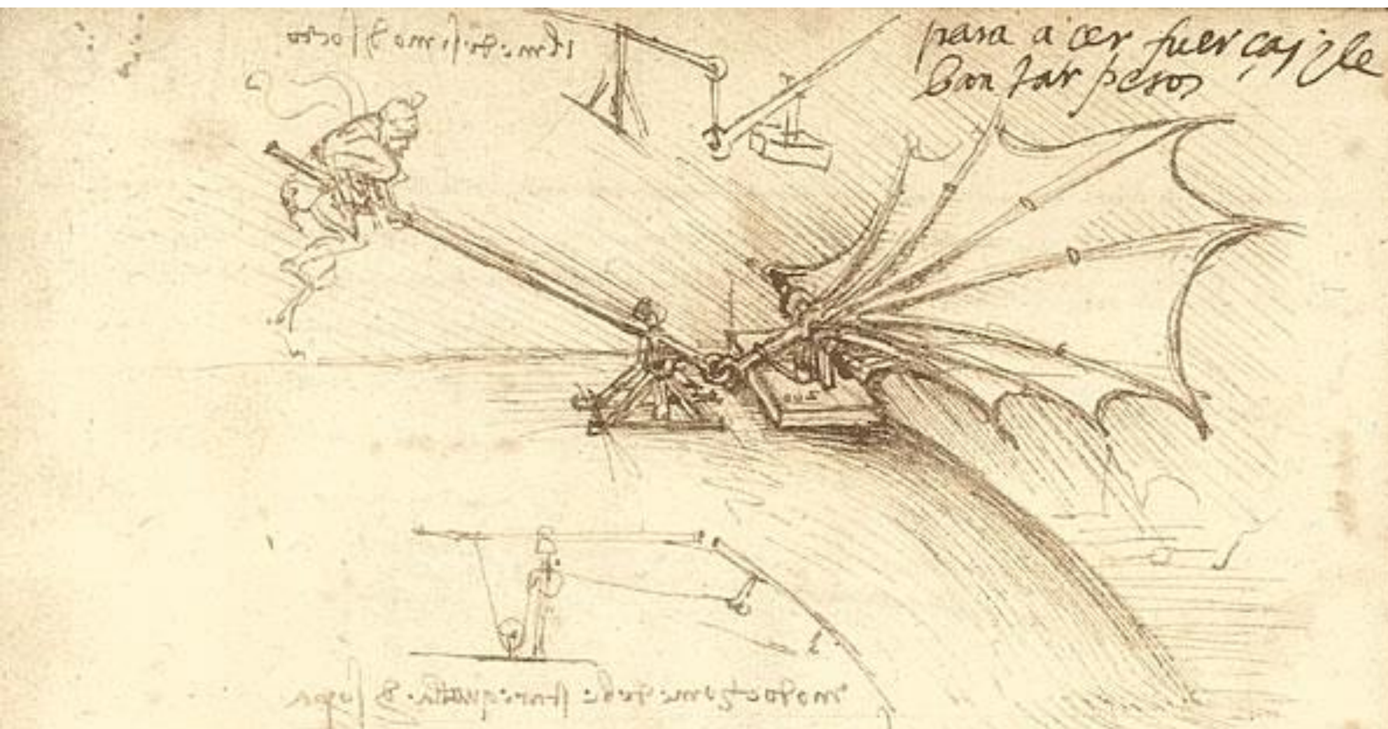


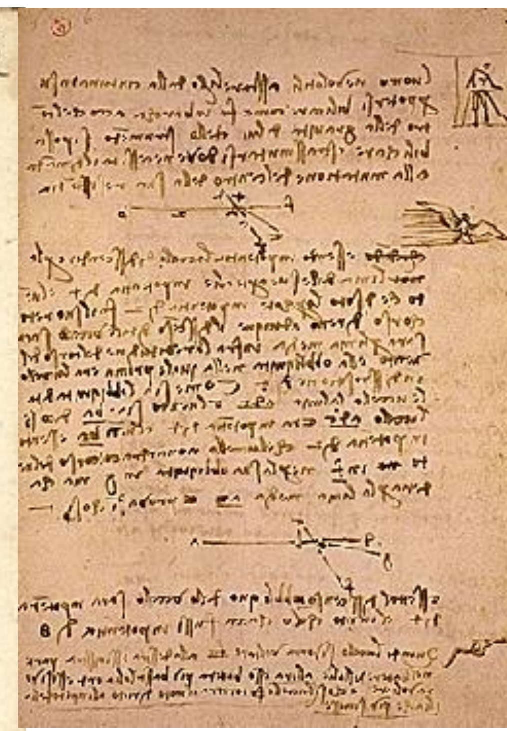
L'anatomia comparata

- Leonardo compara la struttura dello scheletro della zampa di un cavallo e di una gamba di uomo in punta di piedi.
- Le ossa della gamba umana (in basso a sinistra) e della zampa del cavallo sono le stesse: cambiano soltanto le dimensioni relative del femore, della tibia, del metatarso.

Le leggi della statica e il volo

- Le leggi della statica vengono continuamente applicate, nel *Codice sul volo degli uccelli,* allo studio del volo naturale e di quello meccanico. Le ali dell’uccello sono come i bracci di una bilancia, che ha il suo “centro di gravità” o fulcro nel corpo. Il vento è il “peso” che agisce su queste braccia

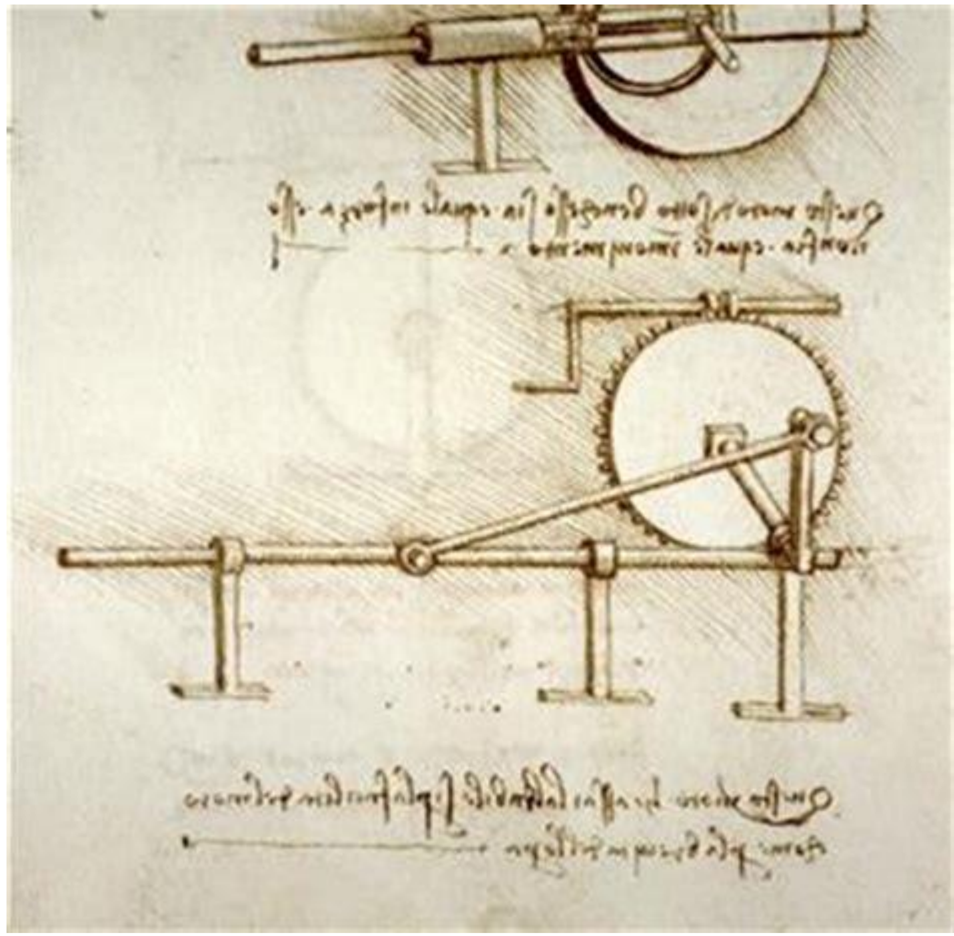




Il disegno tecnologico e l’anatomia delle macchine

- Istituendo un’analogia fra l’uomo e la macchina Leonardo spiega il funzionamento del corpo umano mediante descrizioni meccaniche e analizza la struttura delle macchine complesse alla luce dei meccanismi semplici che la compongono. Realizza così una sorta di anatomia delle macchine. Anche in questo caso l’arte del disegno diventa uno strumento della scienza e della tecnologia. Nasce così il disegno tecnologico.
- “La meccanica è il paradiso delle scienze matematiche, perché con quella si viene al frutto matematico”.

L’anatomia delle macchine



Le matematiche al tempo di Leonardo

- Due lingue e quattro ambienti culturali:
- Università (latino)
- Corti rinascimentali (latino degli umanisti)
- Scuole d’abaco (volgare)
- Botteghe degli artisti (volgare)
- Leonardo appartiene allo strato culturale intermedio fra dotti ed analfabeti

Le matematiche nelle Università

Giovanni Sacrobosco, *Sphera mundi,* Venezia 1488.

SPAERAE MVNDI Cōpendiū FOELICITER INCHOAT.

Nouiciis adolescentibus: ad astronomicā remp. capessendā aditum impetrātibus: pro breui rectoq; tramite a uulgari uestigio semoto: Iohānis de sacro busto sphæricū opusculū una cū additionib⁹ nōnullis littera A sparsim ubi intersertæ sint signatis Contraq; cremonensia in planetaꝝ theoricas delyramenta Iohānis de mōte regio disputatiōes tā acuratiss. q̄ utiliss. Nec nō Georgii purbachii i eorūdē mot⁹ planetaꝝ acuratiss. theoricæ: dictum opus: utili serie contextum fausto sidere inchoat.

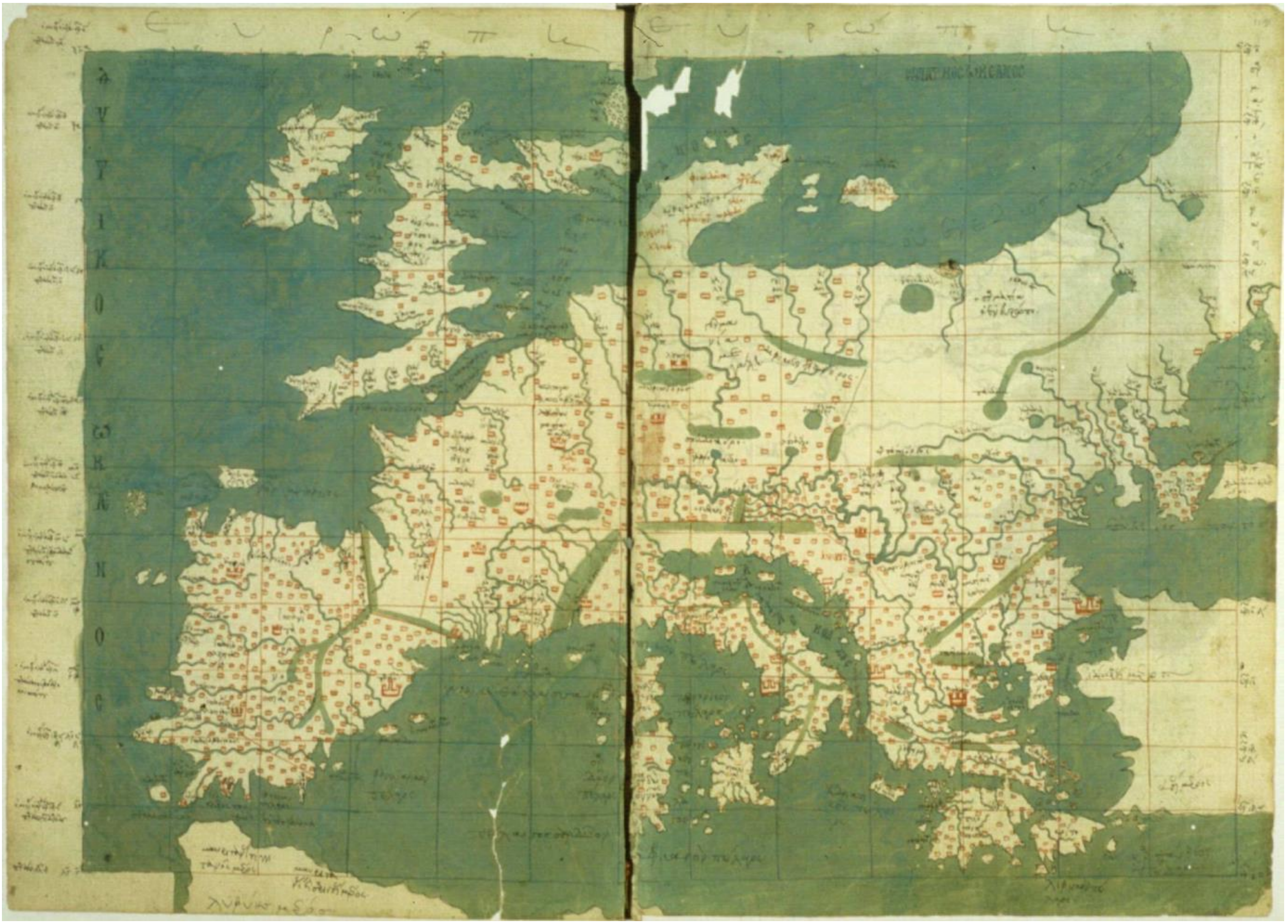
TRactatum de sphæra quattuor capitulis distinguim⁹. Dicturi primo cōpositionē sphære qd sit sphæra: qd ei⁹ cētrū: qd axis sphæræ: qd sit polus mūdi: quot sūt sphæræ: & q̄ sit forma mūdi. In secūdo de circulis ex qbus sphæra materialis cōponit' & illa supercælestis quæ per istam imaginatur componi intelligitur. In tertio de ortu & occasu signorū de diuersitate dierum & noctium quæ fit habitantibus in diuersis locis & de diuisione climatum. In quarto de circulis & motibus planætarum: & de causis eclipsium.

CAPITVLVM PRIMVM De DIFFINITIONE SPAERAE & de q̄busdā pricipiis supponēdis & sphæræ cōpositiōe & cōmoditate

NOn est i potestate nostra celos sursū adire circulos & gradus eoꝝ uisu cernere: eosq; reuoluere undecūq; & quādo placuerit: quæ præterita in illis sunt: haud homo potest intueri: nec hois ætas sufficeret expectare quæ futura sūt: & quæ presentia fiunt dum uiuit homo cuncta nemo uidere potest: Nunc alibi dies est alibi nox: uni sol orit' uel stella quædam alteri occidit: nec oībus inesse locis quis simul potest: aliquib⁹ sphæra se demōstrat rectā: aliquib⁹ obliquā multipl[illegible]e. Quas ob res bonum & cōmodū est artificialē sphærā habere: quæ manibus ad libitum uolui: & secundū comunē sitū & partē cōspici possit: & omnes eius gradus & circulos percipi saltē oportuni: qua mediante ueluti exemplo præsentia præterita & futura &c. quæ naturalis sunt sphæræ cæli facile intelli

A ii

Gli umanisti e le matematiche
Tolomeo, *Geographia,* BAV, Urb. Gr. 83, f. 112v-113r.

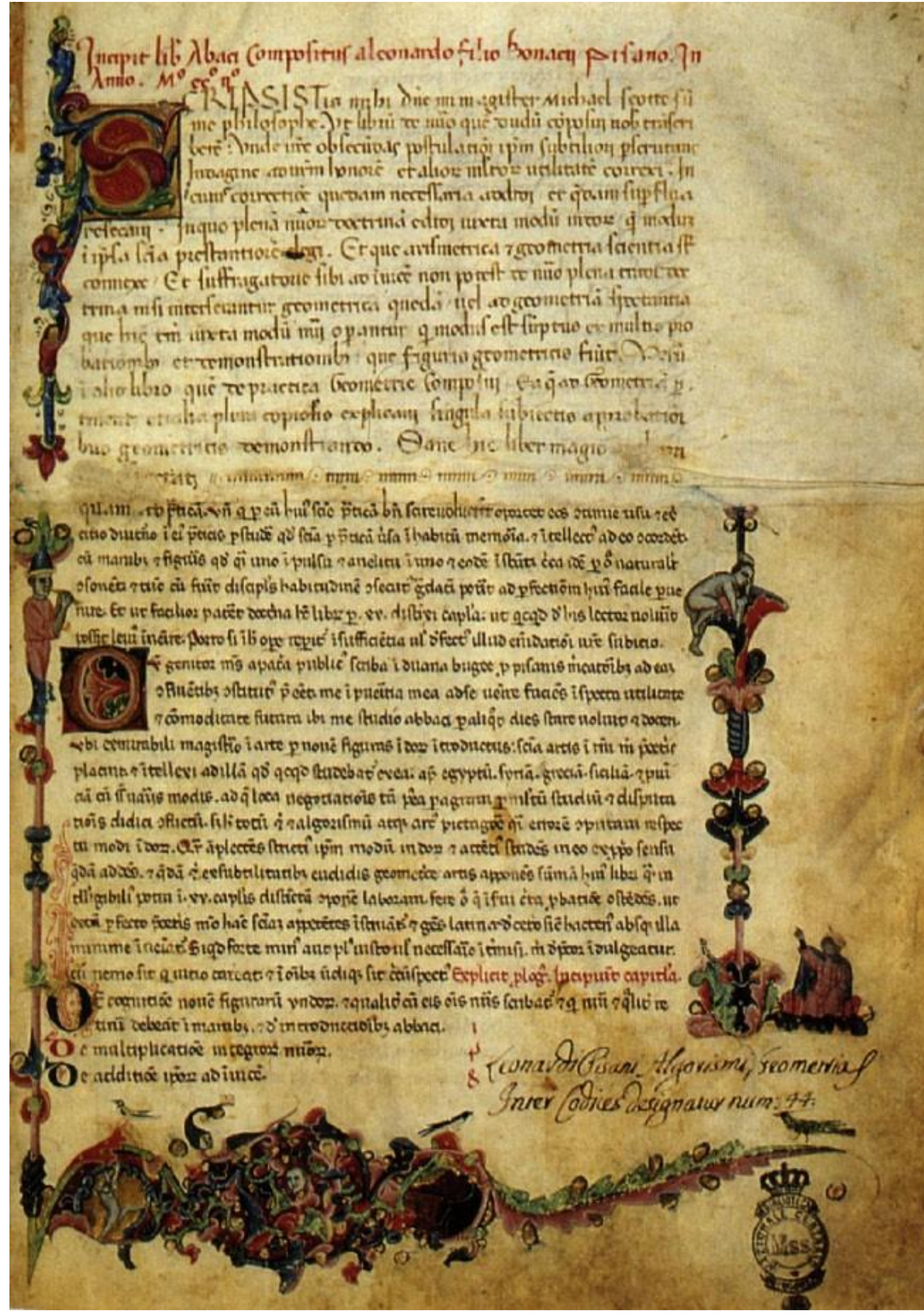


L'opera di Archimede tradotta in latino da Jacopo di San Cassiano (da Cremona), BAV, Ur. Lat. 261


ARCHIMEDIS DE KONOIDALIBUS ET SPEROIDIBUS FIGURIS INVENTA SEQUUNTUR
ARCHIMEDES DOSITHEO RECTE AGERE

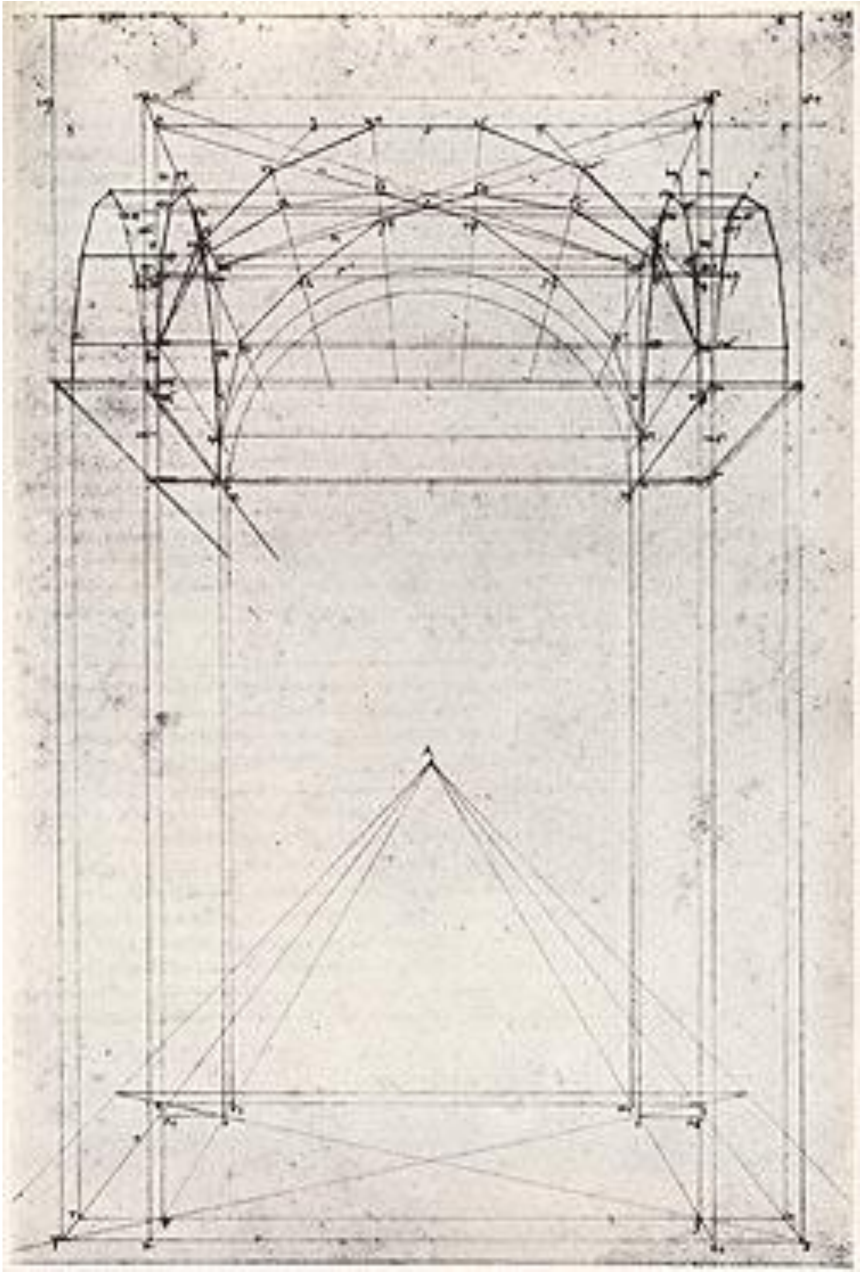
Le matematiche nelle scuole d'abaco

Leonardo Pisano, *Liber abaci,* Biblioteca Nazionale di Firenze, Conv. Soppr. C.I. 2616



Le matematiche nelle botteghe degli artisti

Piero della Francesca (Borgo San Sepolcro 1412 ca. - 1492), *De prospectiva pingendi*, manoscritto (1474-75). Milano, Biblioteca Ambrosiana, D 200 inf.



Luca Pacioli e la centralità delle Matematiche

Il ruolo fondante delle matematiche: le lettere che aprono la *Summa* e la *Divina proportione*

Ad illustrissimum Principem Gui. Ubaldum Urbini Ducẽ Montis fe retri: ac Durantis Comitem. Grecis latinisq3 litteris Ornatissimum: 7 Ma thematice discipline cultorem feruentissimum: Fratris Luce de Burgo san cti Sepulchri: Ordinis minorꝫ: 7 sacre Theologie Magistri. In artez arith metice: 7 Geometrie. Prefatio.

A quantita Magnanimo Duca: e si nobile 7 excellẽte cosa che molti phylosophi per que sto lhano giudicata ala substantia para: ecõessa coeterna. Peroche hano cognosciuto per verũ modo alcuna cosa in rerũ natura sença lei nõ potere existere. Per la qual co sa de lei ĩtẽdo (cõ laiuto de colui che li nostri sensi reggi) tractarne: nonche per altri prischi e antichi phylosophi nonne sia copiosamente tractato: e in theorica e pratica. Ma per che loꝛ dicti gia ali tempi nostri sonno mol to obscuri: e damolti male apꝛesi: e ale pratiche vulgari ma le applicati: diche i loꝛo operationi molto variano: e con grandi elaboꝛiosi affanni mettano in opera: si de numeri cõmo de misure: vnde di lei parlando non intendo se non quãto che ala pꝛatica e operare sia mestiero: mesco landoci secõdo iluoghi opoꝛtuni ancoꝛa la theoꝛica: ecausa de tale operare: si de nu meri cõmo de geometria. Ma pꝛima accio meglio q̃llo che sequita se habia appꝛehẽ dere: essa quantita diuid iremo secõdo el nostro pꝛoposito: ediuidendola aciascun suo membꝛo assegnaremo sua pꝛopꝛia e vera diffinitione e descriptione. E aloꝛa poi se quira quello che Arist. dici in secundo poster. Tũc enim maxime scitur aliquid cum habetur suum quid est 7c.

Il «Paragone» fra le arti: Pacioli e la prospettiva come disciplina matematica

- «per scienze e discipline mathematatici se intendano aritmetica, geometria, astrologia, musica, prospettiva, architettura e cosmographia e qualunc'altra da queste dependente. Nondimeno communamente per li savi le quatro prime se prendano, cioè aritmetica, geometria, astronomia e musica, e l'altre fienno dette subalternate, cioè da queste dependenti».

La pittura come disciplina matematica e l’esempio del *Cenacolo*

- «E tanto la pittura immita la natura - scrive Pacioli - quanto cosa dir se possa. El che agli ochi nostri evidentemente apare nel prelibato simulacro de l’ardente desiderio de nostra salute, nel quale non è possibile con magiore atenzione vivi li Apostoli immaginare al suono de la voce de l’infallibil verità quando disse: *unus vestrum me traditurus est,* dove con atti e gesti l’uno a l’altro e l’altro a l’uno con viva e afflitta ammirazione par che parlino, sì degnamente con sua ligiadra mano el nostro Lionardo lo dispose «

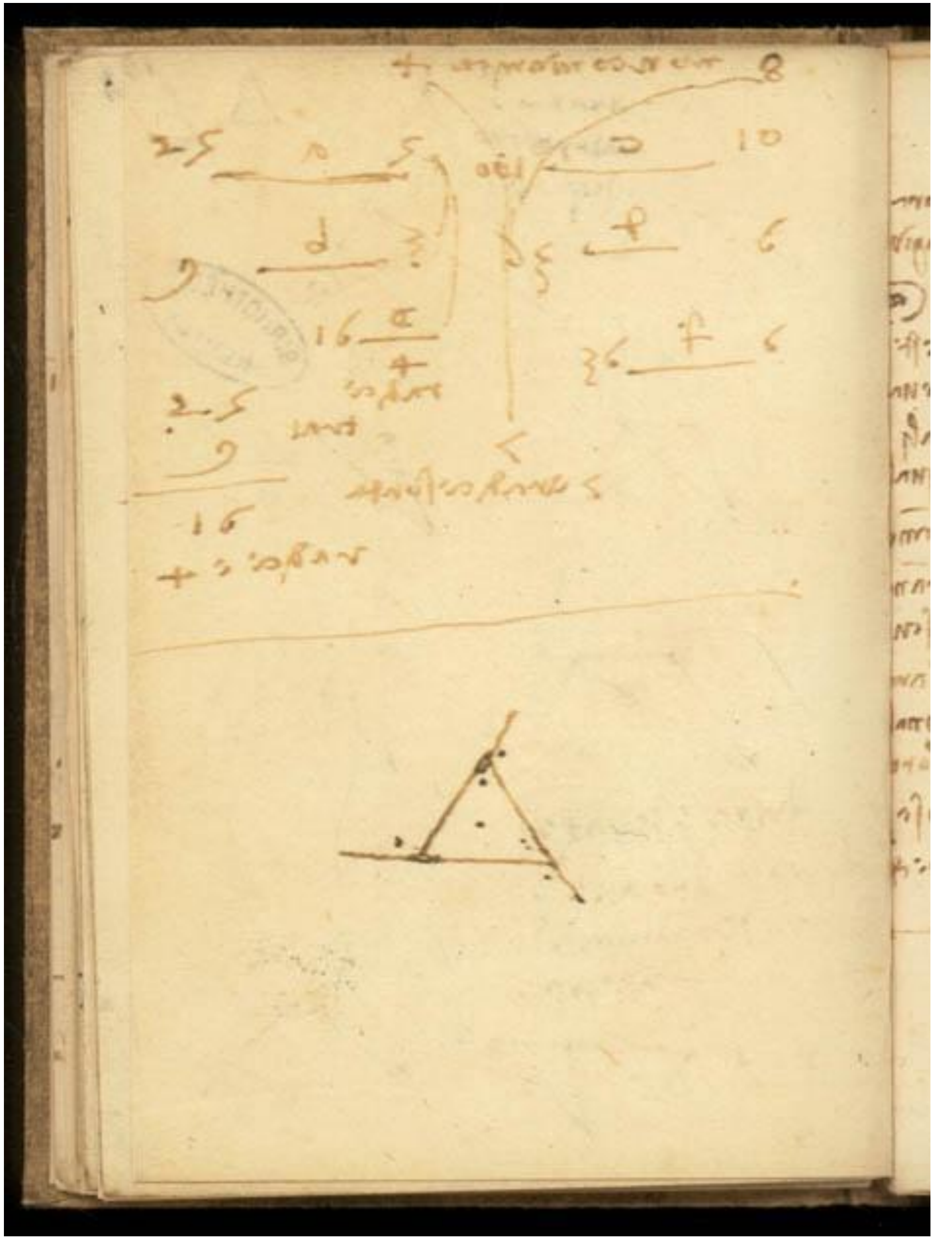
Leonardo: Musica e prospettiva Madrid II, f. 67r

- «Le scienze matematiche son dette quelle, che mediante li sensi sono in primo grado di certezza. E sson solamente 2, delle quali la prima è arismetrica, la seconda geometria. Che ll'una s'asstende nella quantità discontinua e ll' altra nella continua. Di queste nasci la prospettiva, dedicata a ttutti li ufiti de l'ochio e ssua diletti, con varie speculazioni. Di queste 3 dette, cioè aritmetica, geometria e prospettiva e sse ne manca una, non si fa niente, è nata l'astronomia, la quale mediante il razo visuale, con numero e misura si conclude le distantie e misure de' corpi celesti, siccome de' terrestri. Seguita la musica, nata dalla quantità continua e discreta, la quale è dedicata all'orechio, senso men degno che ll'ochio, col quale si manda a' senso comune molte varie consonanze de diversi strumenti»

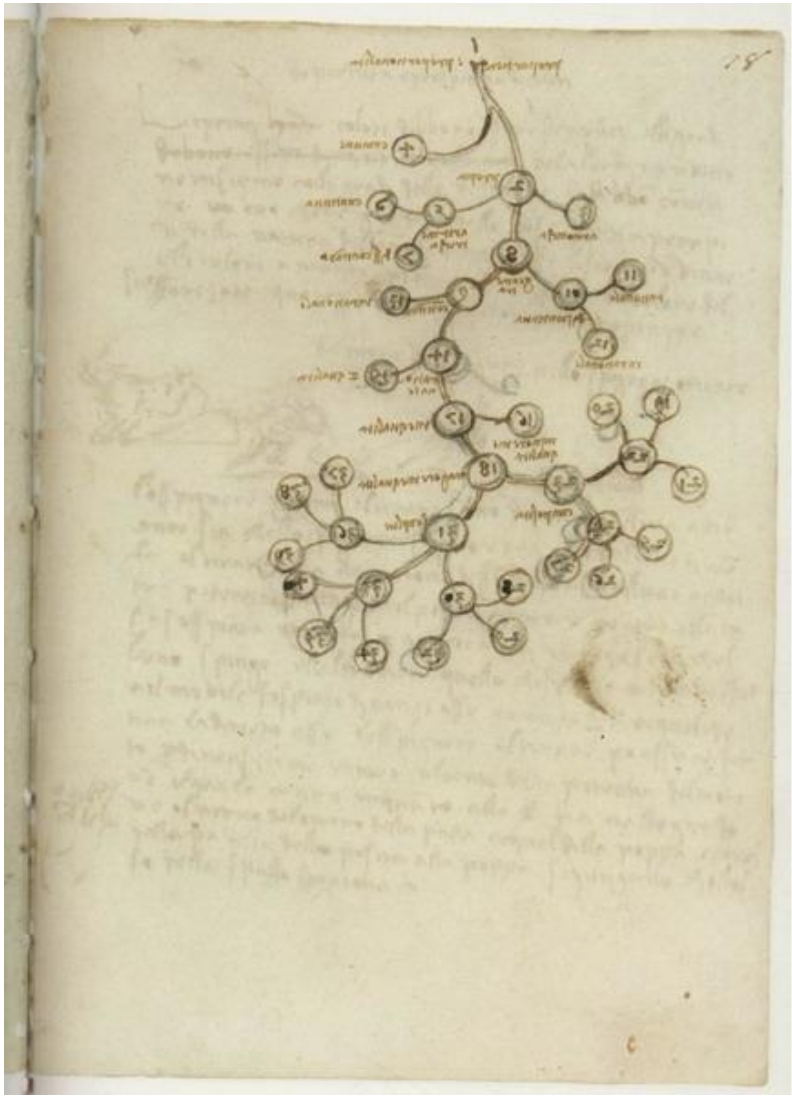
Leonardo e Pacioli a Milano (1496-1499): lo studio di Euclide

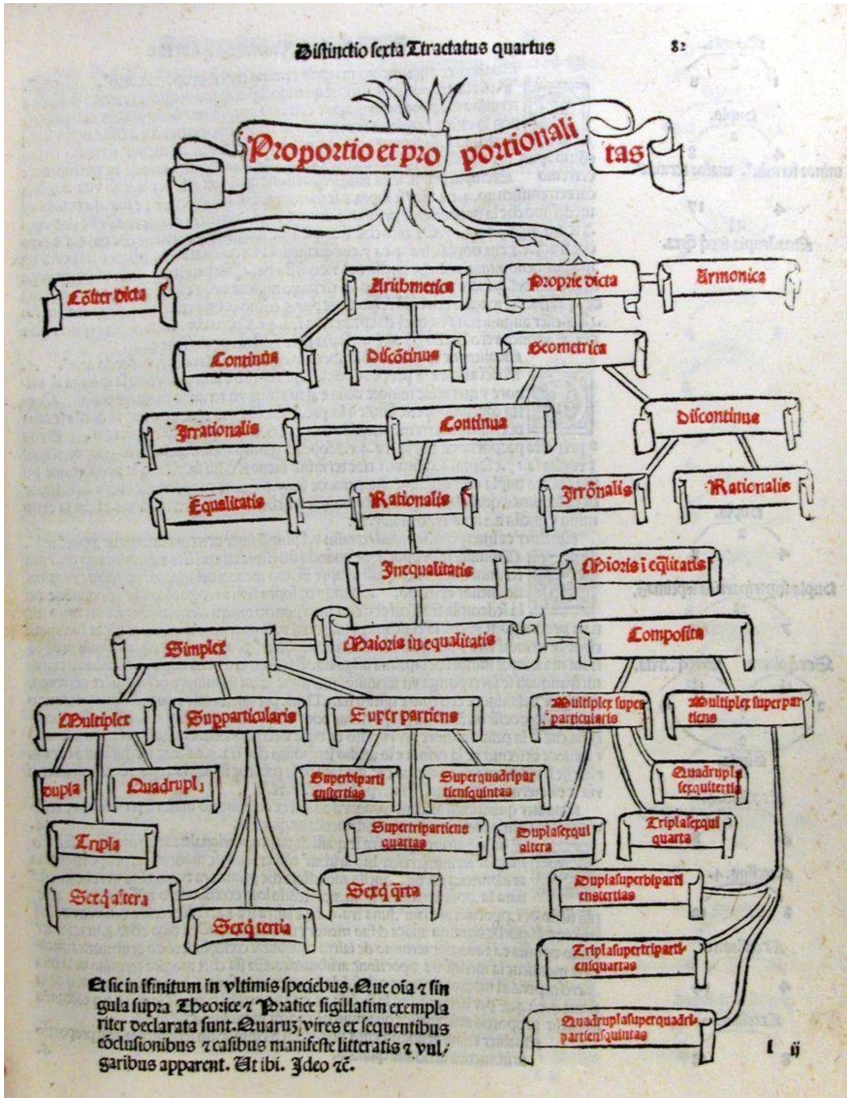
Euclide tra Leonardo e Pacioli

- Codice M, Parigi, f. 15v
- Appunti relativi alle lezioni di Pacioli sul decimo libro degli Elementi di Euclide. Prop 10 (oggi 11). Se quattro grandezze sono proporzionali e la prima è commensurabile con la seconda, anche la terza lo sarà con la quarta

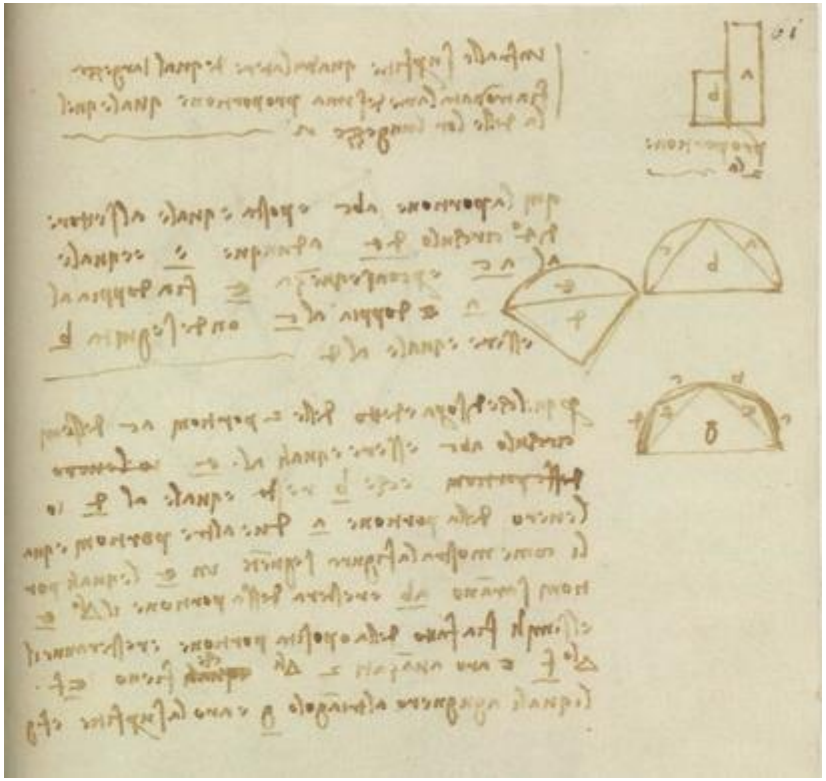


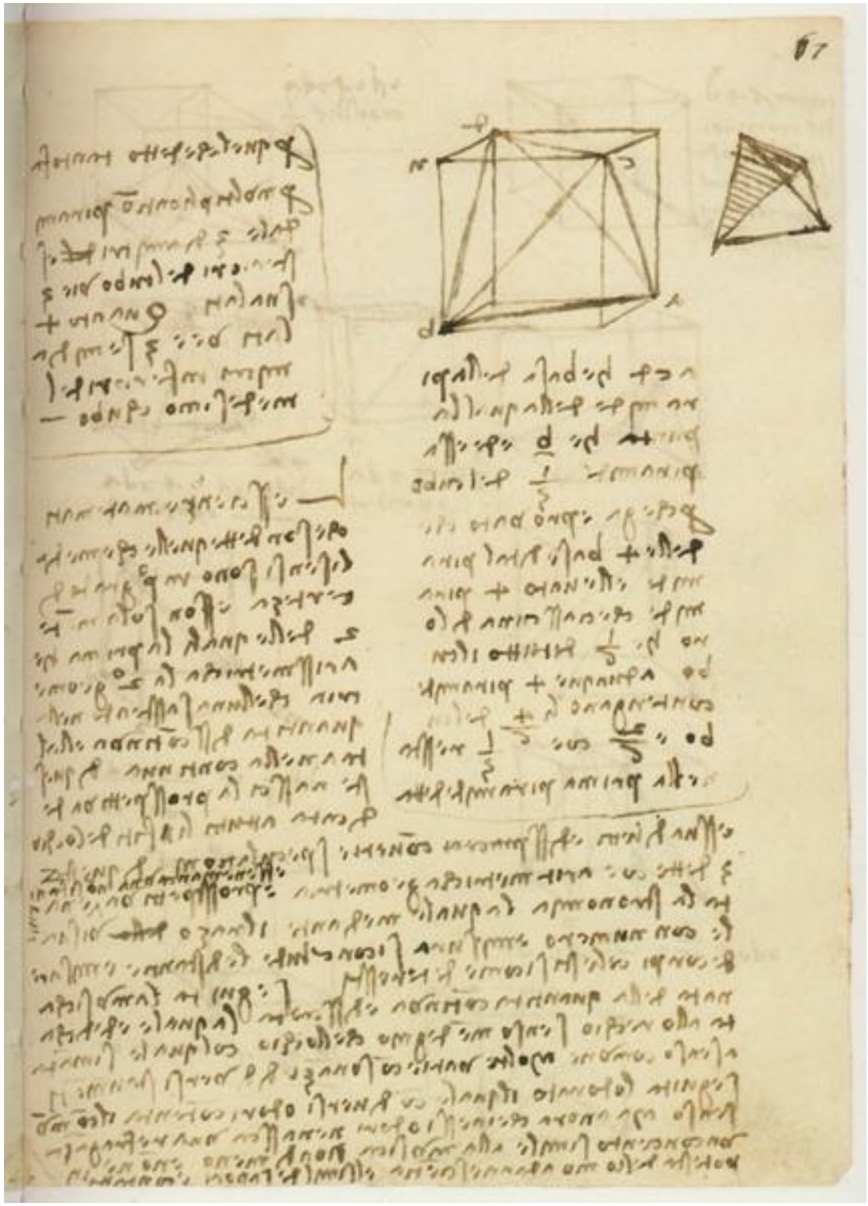
La lingua delle proporzioni: il Madrid II e la Summa



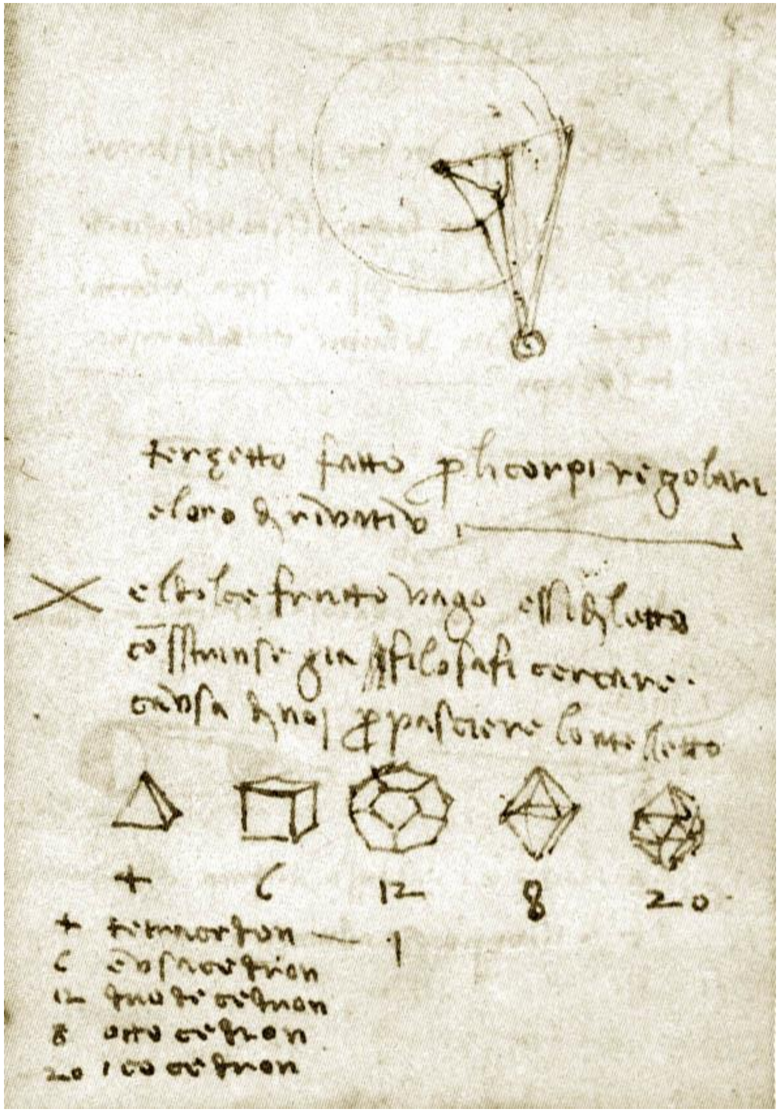


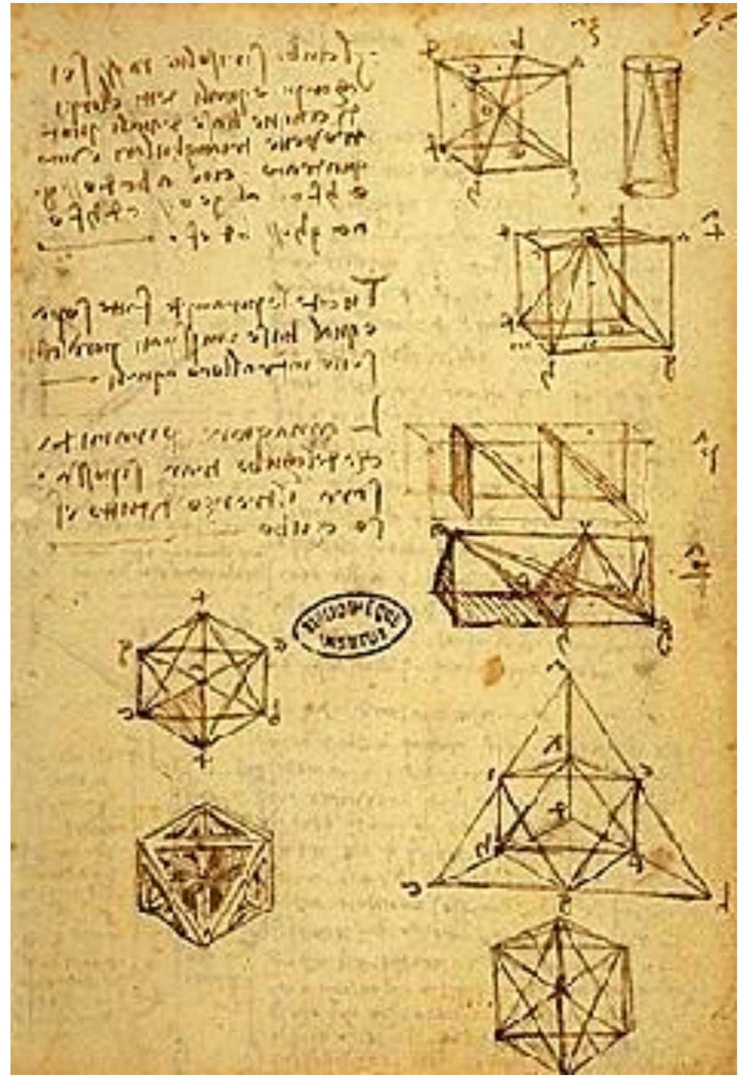
Leonardo e la geometria di Euclide



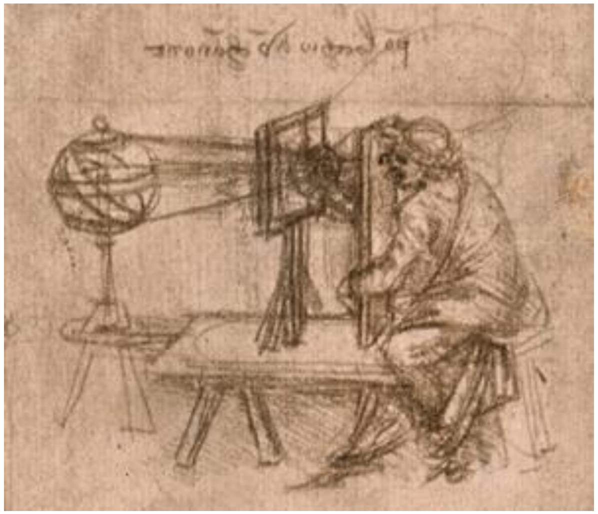


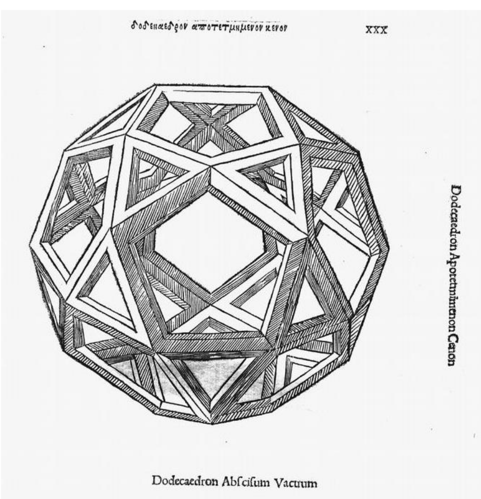
Gli studi di Leonardo sui poliedri

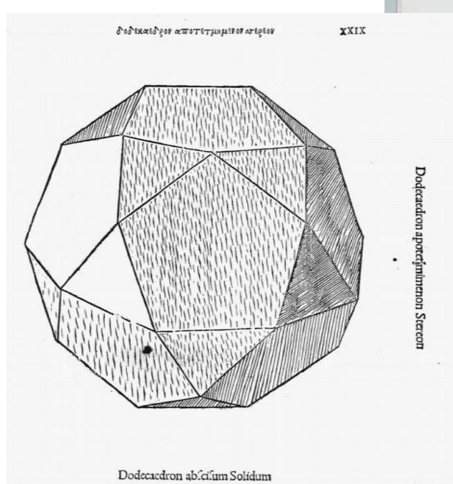




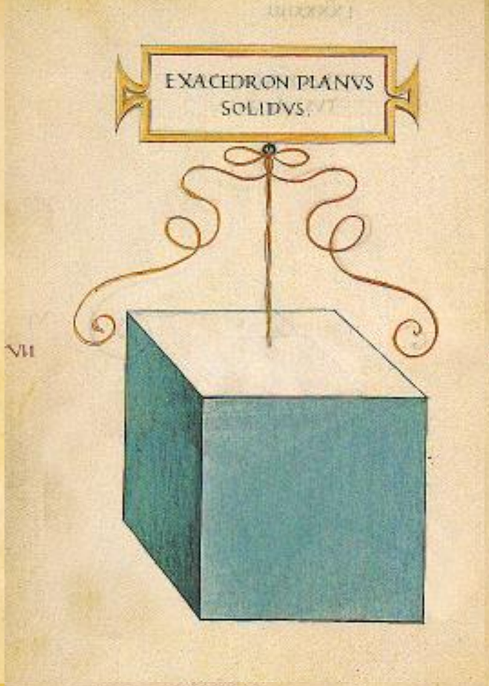
Il disegno dei poliedri

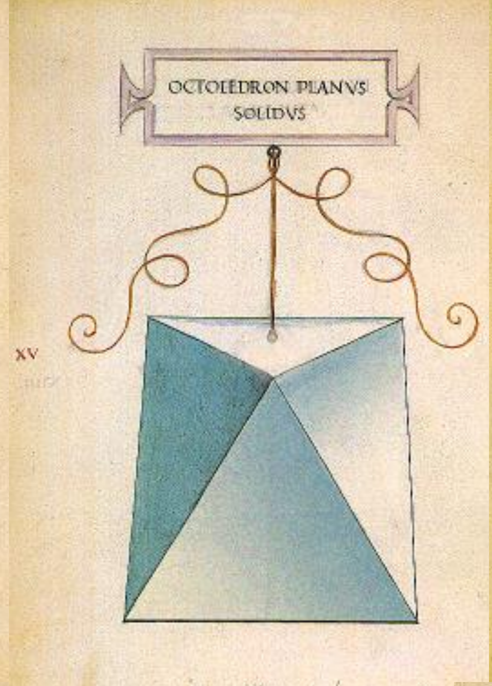


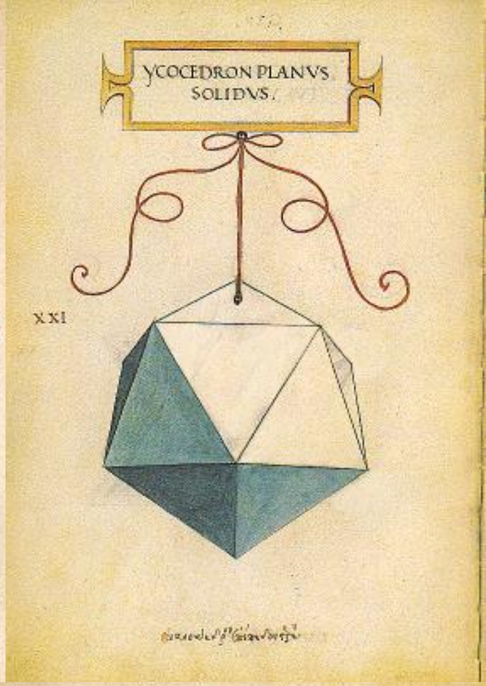


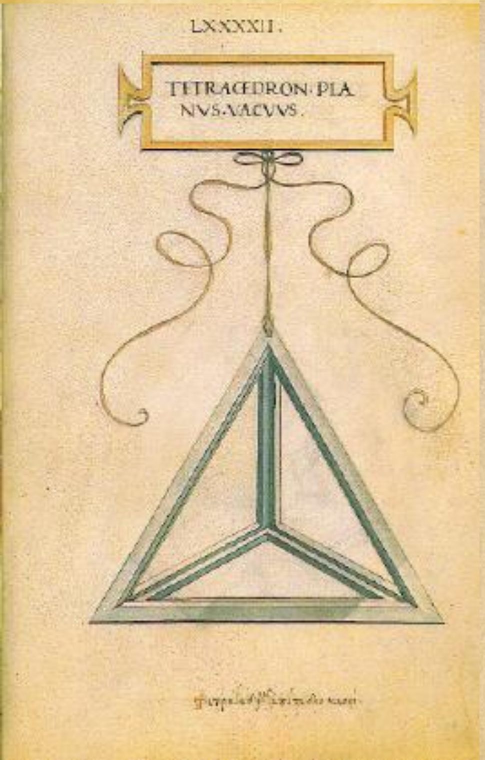


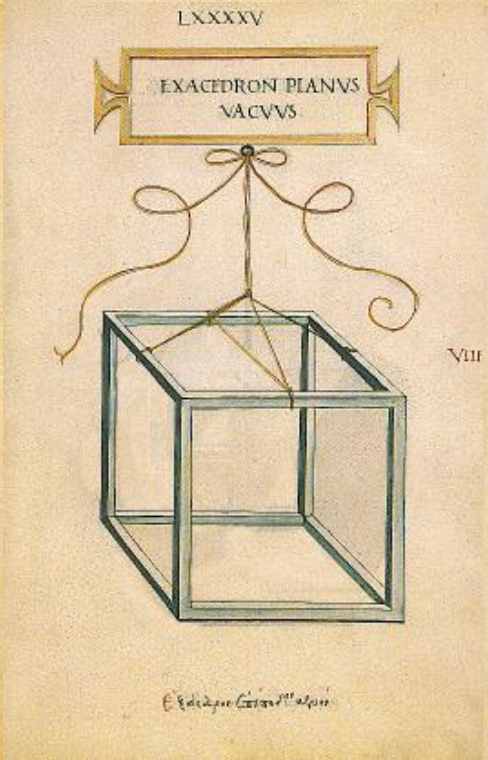

TETRAÆDRON PLA
NVS SOLIDVS
I

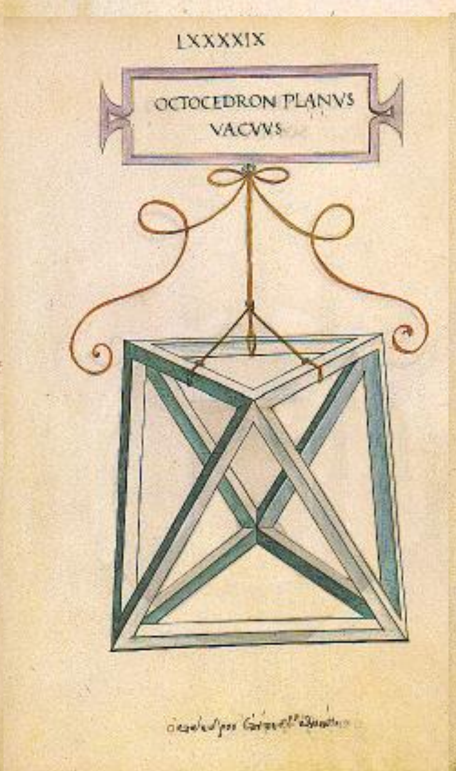

EXACEDRON PLANVS
SOLIDVS
VII

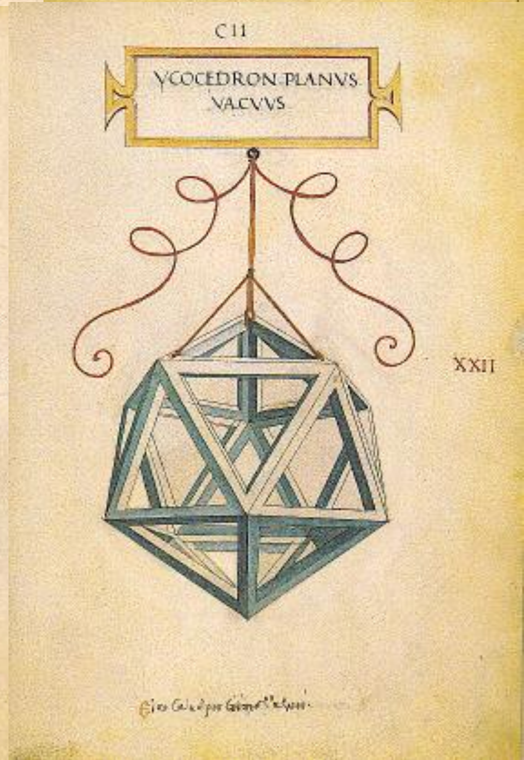

OCTOCEDRON PLANVS
SOLIDVS
XV

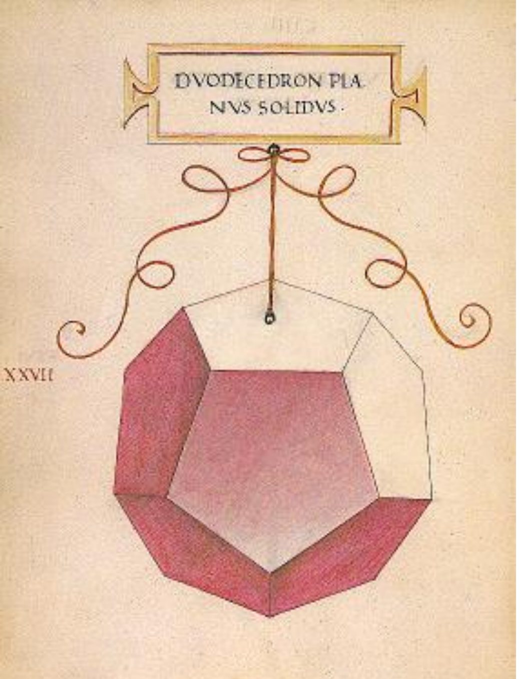

YCOCEDRON PLANVS
SOLIDVS
XXI

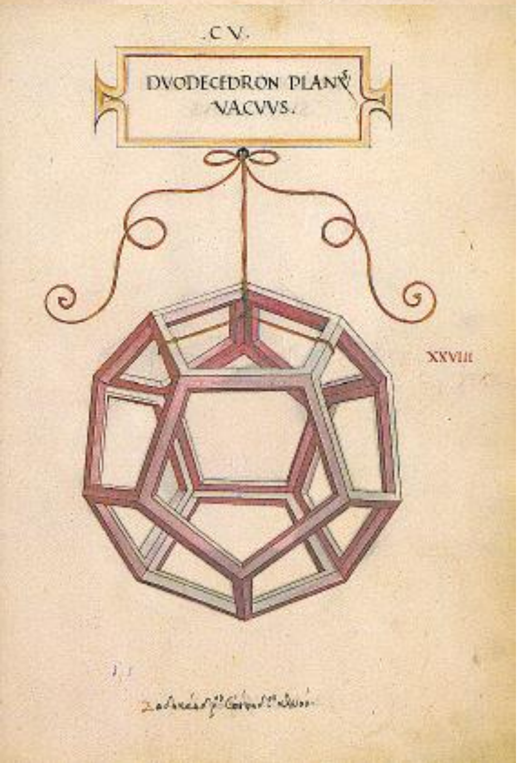

LXXXXII
TETRAÆDRON PLA
NVS VACVVS

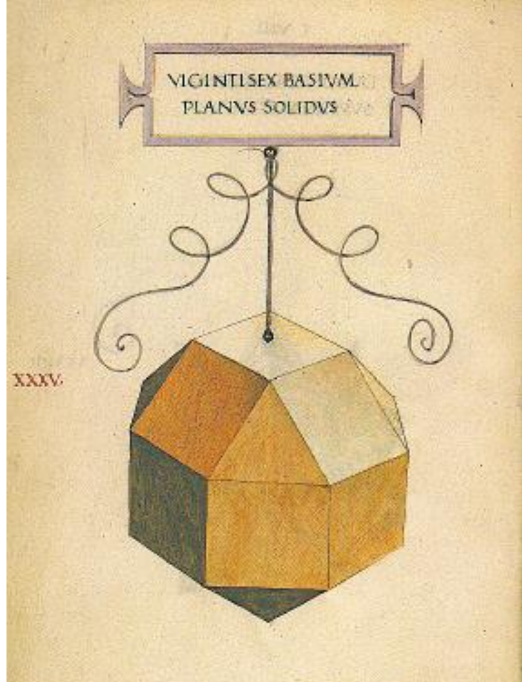

LXXXXV
EXACEDRON PLANVS
VACVVS
VIII

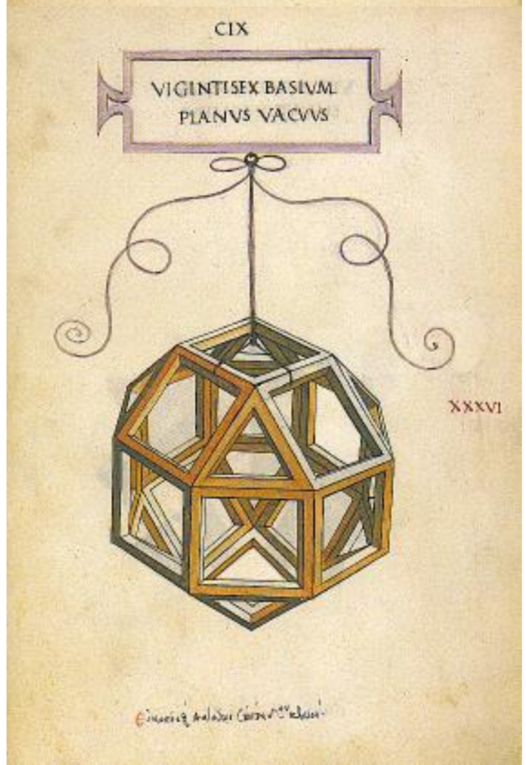

LXXXXIX
OCTOCEDRON PLANVS
VACVVS

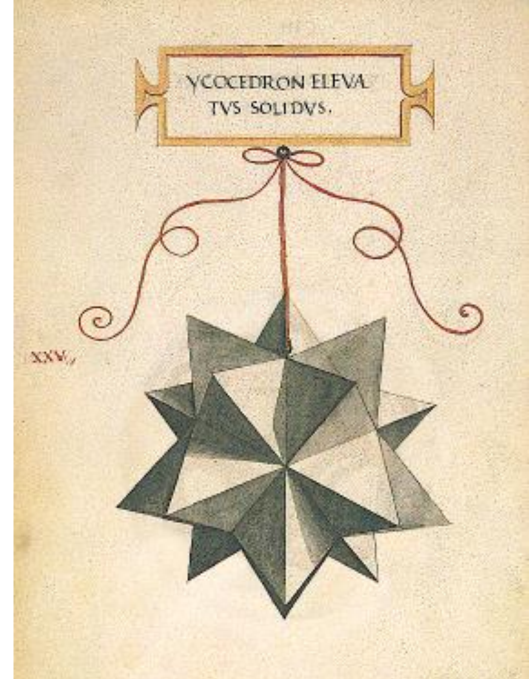

CII
YCOCEDRON PLANVS
VACVVS
XXII

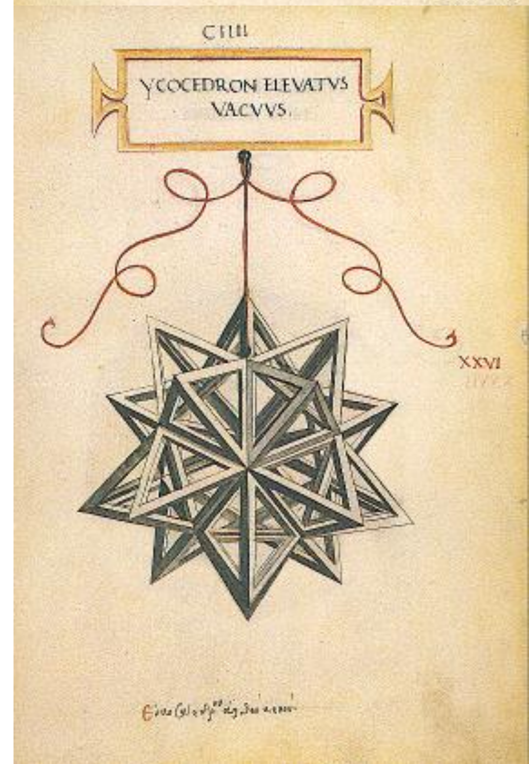

DVODECEDRON PLA
NVS SOLIDVS.
XXVII


.CV.
DVODECEDRON PLANVS
VACVVS.
XXVIII


VIGINTISEX BASIVM
PLANVS SOLIDVS
XXXV.


CIX
VIGINTISEX BASIVM
PLANVS VACVVS
XXXVI

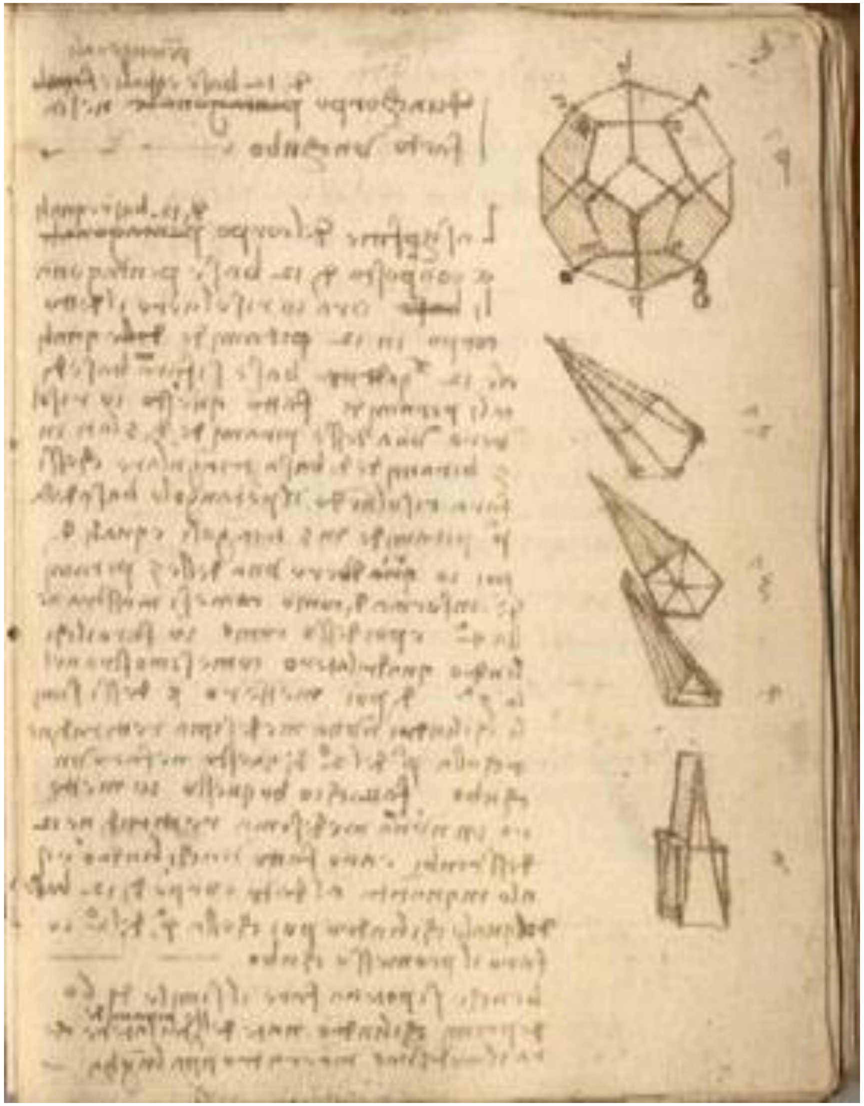

YCOCEDRON ELEVA
TVS SOLIDVS.


CIIII
YCOCEDRON ELEVATVS
VACVVS.
XXVI

La trasformazione dei corpi solidi

- Leonardo trasforma un dodecaedro in un cubo di ugual volume in quattro fasi:
- 1) divide il dodecaedro in 12 piramidi uguali a base pentagonale;
- 2)ciascuna di queste 12 piramidi viene divisa in 5 piramidi a base triangolare
- 3) ciascuna delle 60 piramidi a base triangolare viene divisa in un parallelepipedo di ugual volume;
- 4)I 60 parallelepipedi vengono assemblati in un bubo equivalente al dodecaedro di partenza.

Leonardo, *Codice Forster I*, Londra, Victoria and Albert Museum, *f. 7r.*

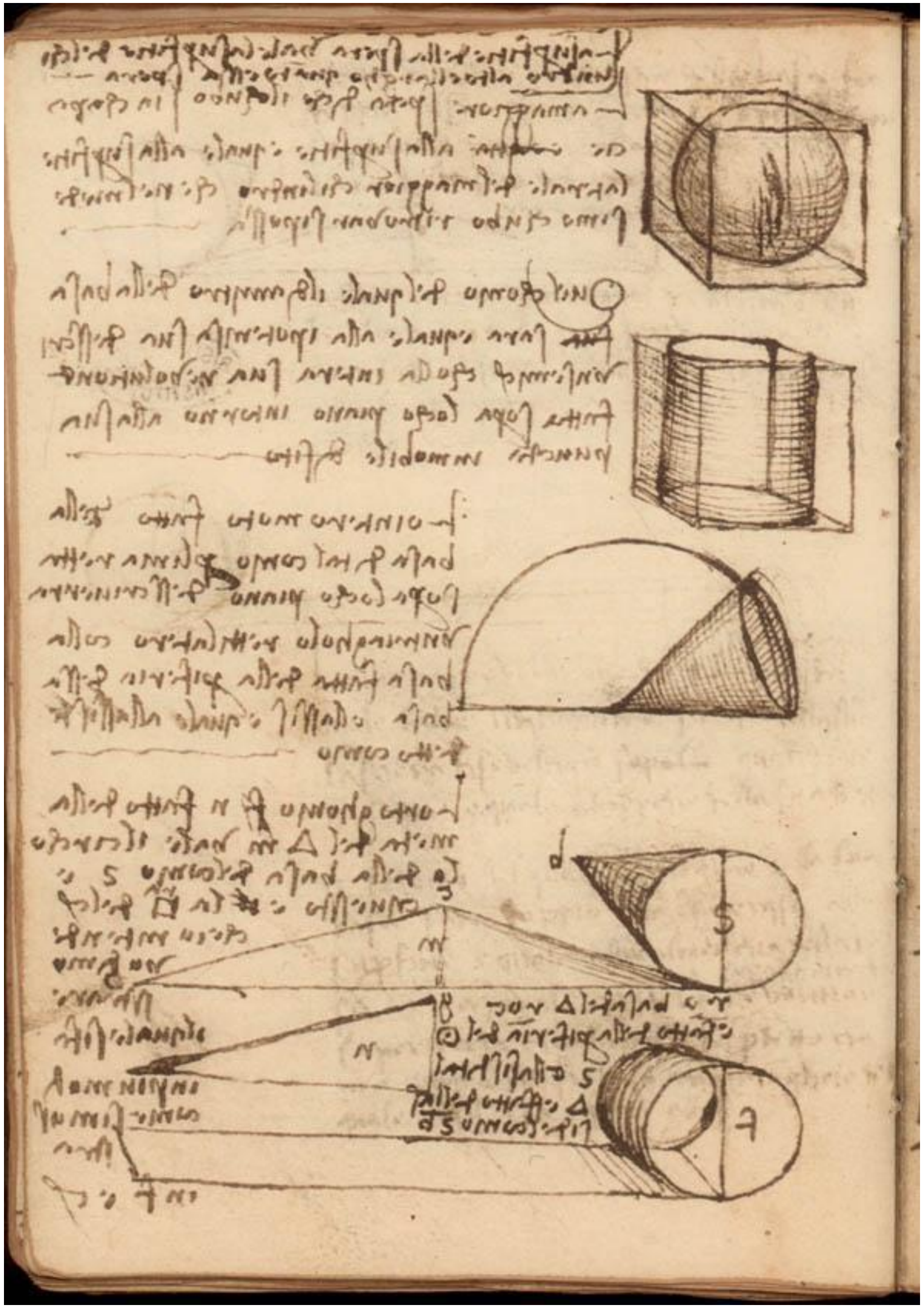


Geometria che si fa col moto

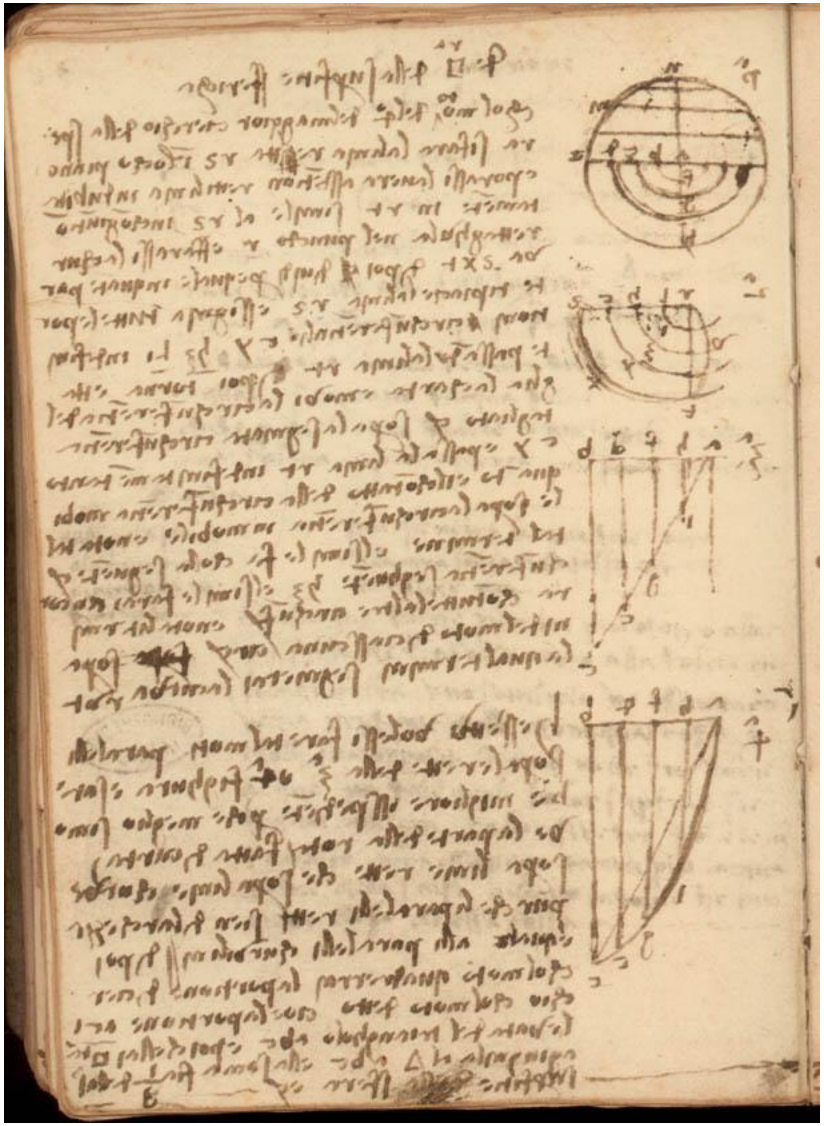
- «La linia si fa col moto del punto»
- «Superfizie è fatta dal moto della linia, mossa in traverso dalla sua rettitudine [...]
- Il corpo è fatto dal moto che ha lo spazio della superfizie»
- (Codice Arundel, f. 190v)
- Leonardo usa la geometria per studiare le traiettorie dei corpi e usa il movimento come strumento di dimostrazione geometrica... «Geometria che si prova col moto» (Codice Madrid II, f. 107r)

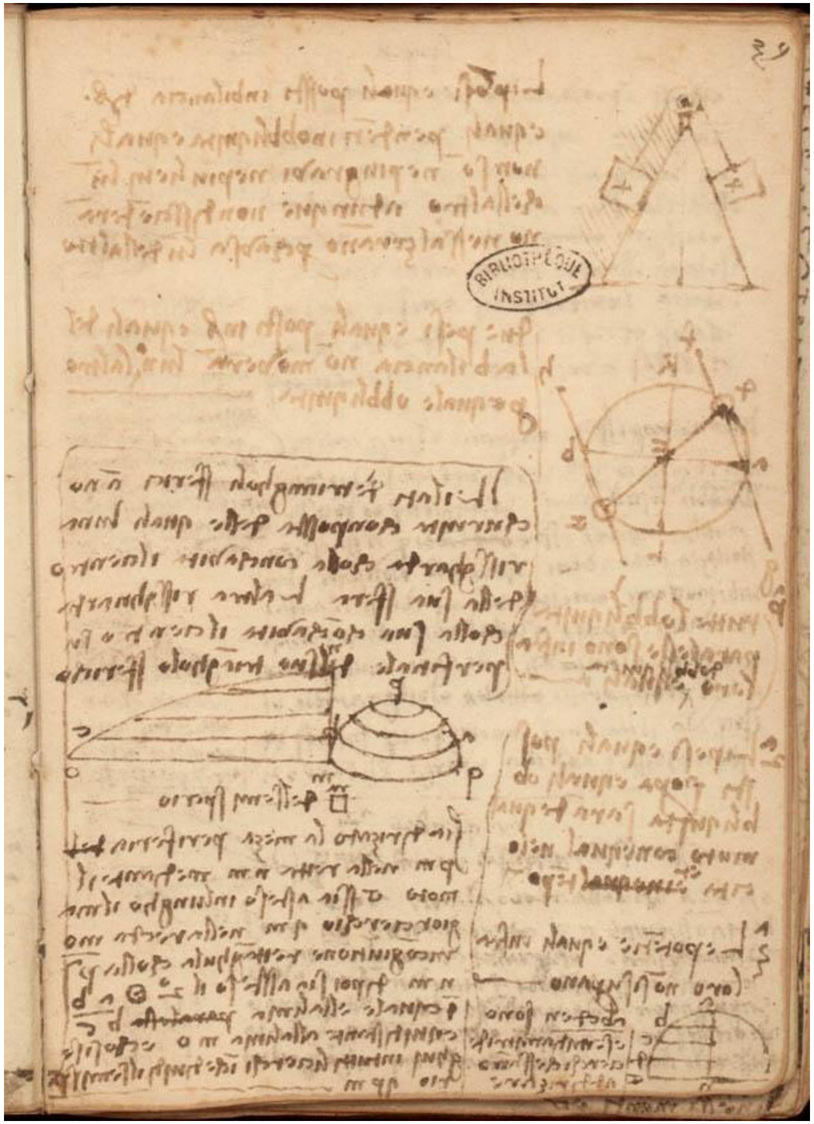
Un esempio di geometria che si fa col moto

- Il manoscritto G e il calcolo delle aree di alcuni solidi, tramite lo sviluppo di superfici su un piano, f. 58v



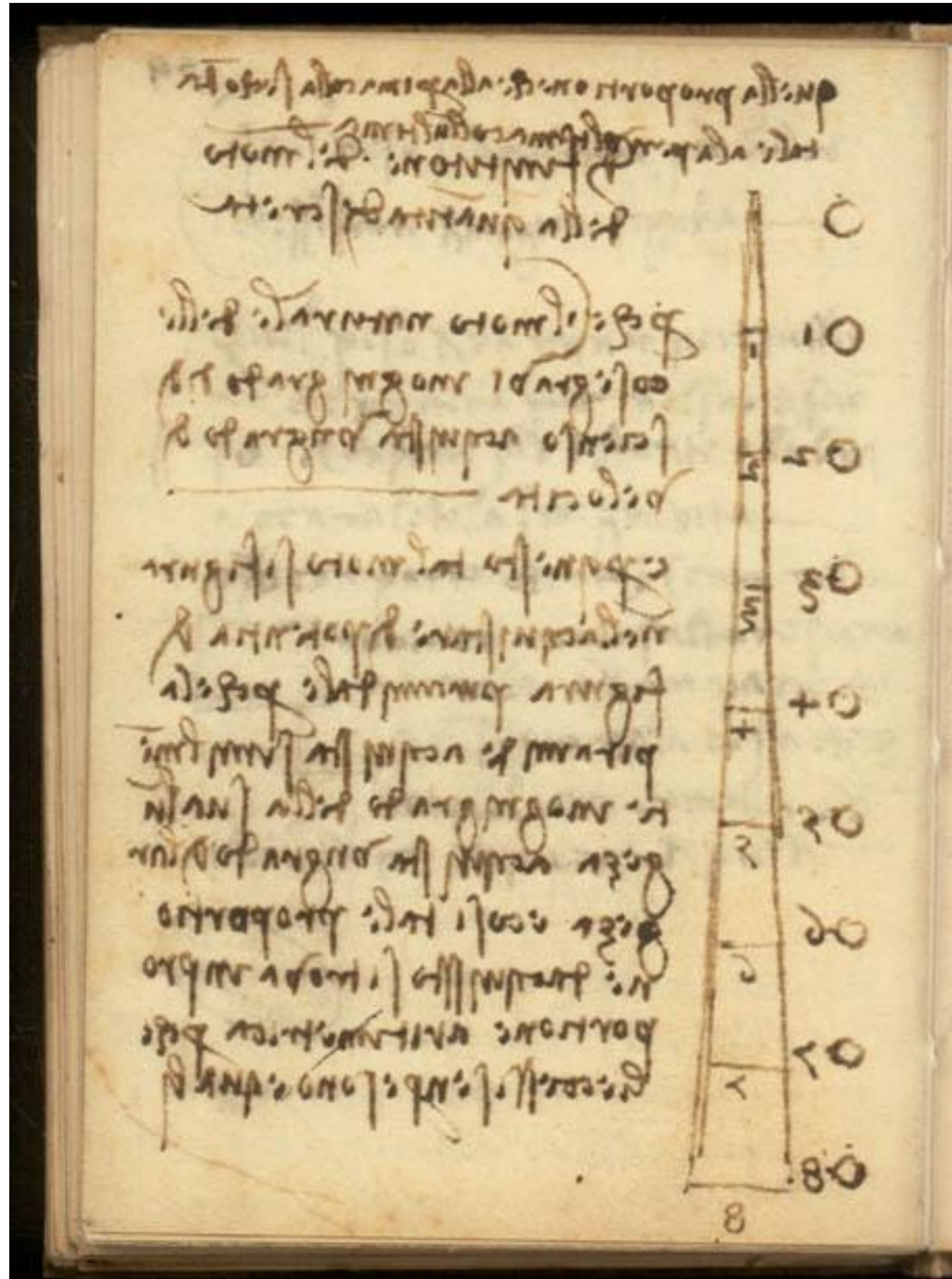
La quadratura di una semisfera nel Codice G, f. 38v e f. 39r



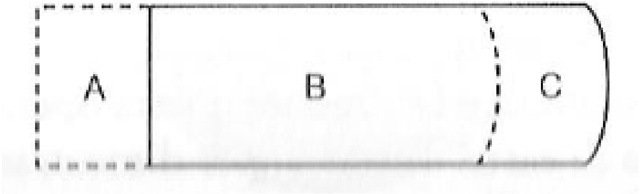


La geometria e la legge piramidale

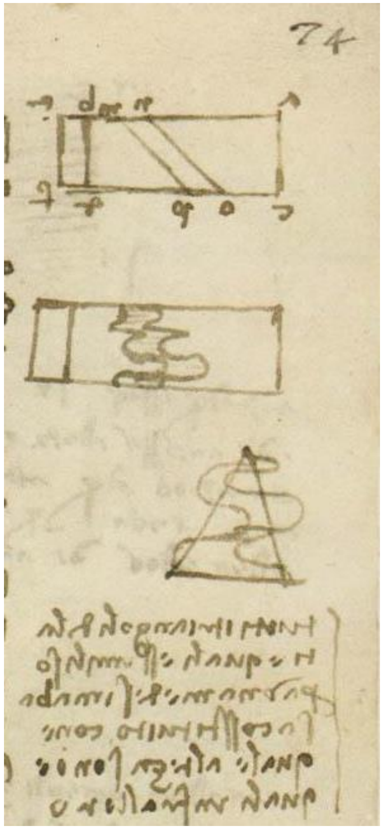
- «La piramide in ogni grado della sua lunghezza acquista un grado di larghezza...»
- Il moto naturale delle cose gravi in ogni grado di discenso acquista un grado di velocità»
- Ms. M f. 59v



La geometria delle trasformazioni.1

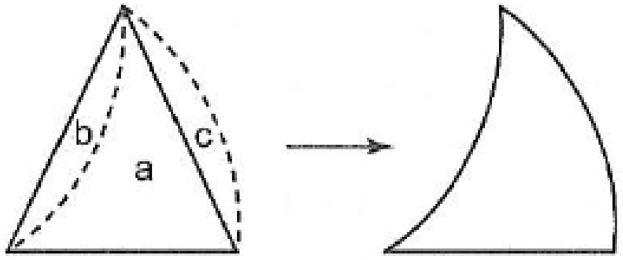


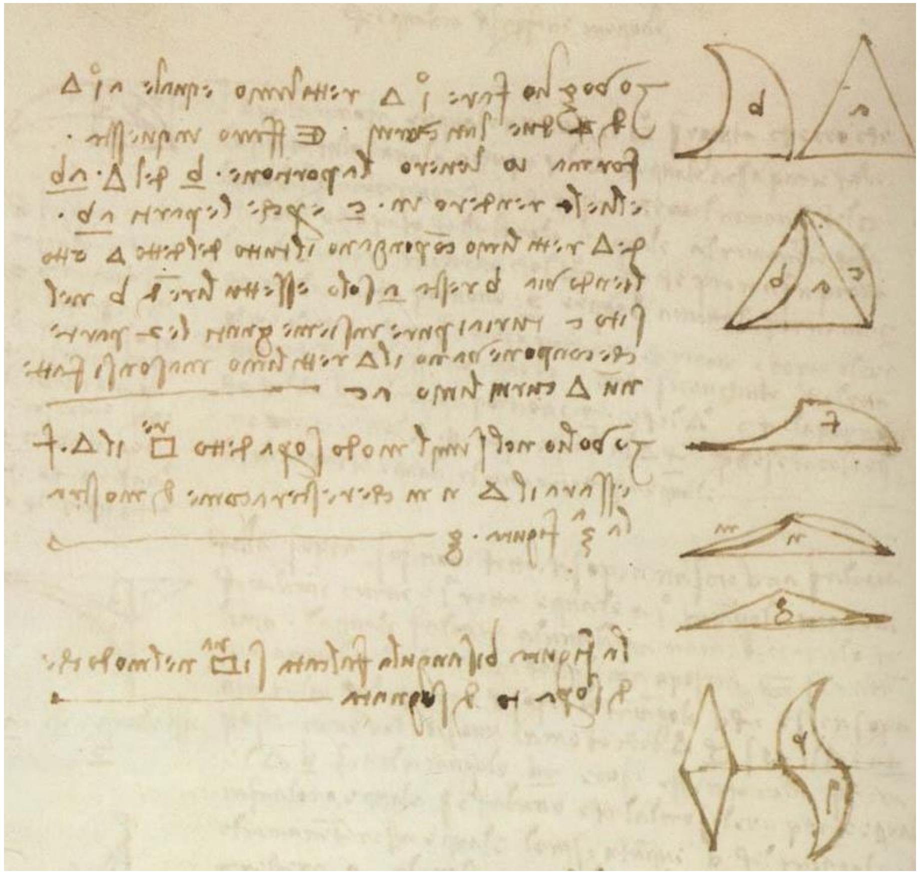
- Tre tipi di trasformazioni:
- 1) una figura curvilinea viene traslata in una nuova posizione in modo tale che le due figure si sovrappongano. Poiché le due figure sono identiche le due parti che rimangono quando viene sottratta la parte che hanno in comune (B) devono vere aree uguali (A=C).
- (es. Madrid II 74r)



La geometria delle trasformazioni.2

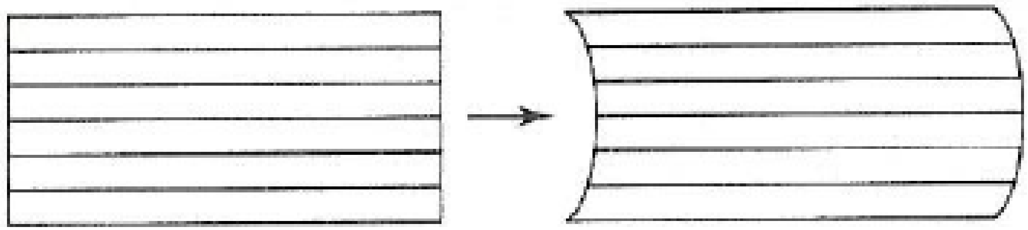
- 2) Si separa un segmento curvilineo da una figura e lo si attacca al lato opposto.
- «Io leverò la porzione b del triangolo ab e liele renderò in c [...] Se io rendo a una superfizie quello ch'io le tolsi, ella ritorna nel suo primo essere» (Madrid II 107r)



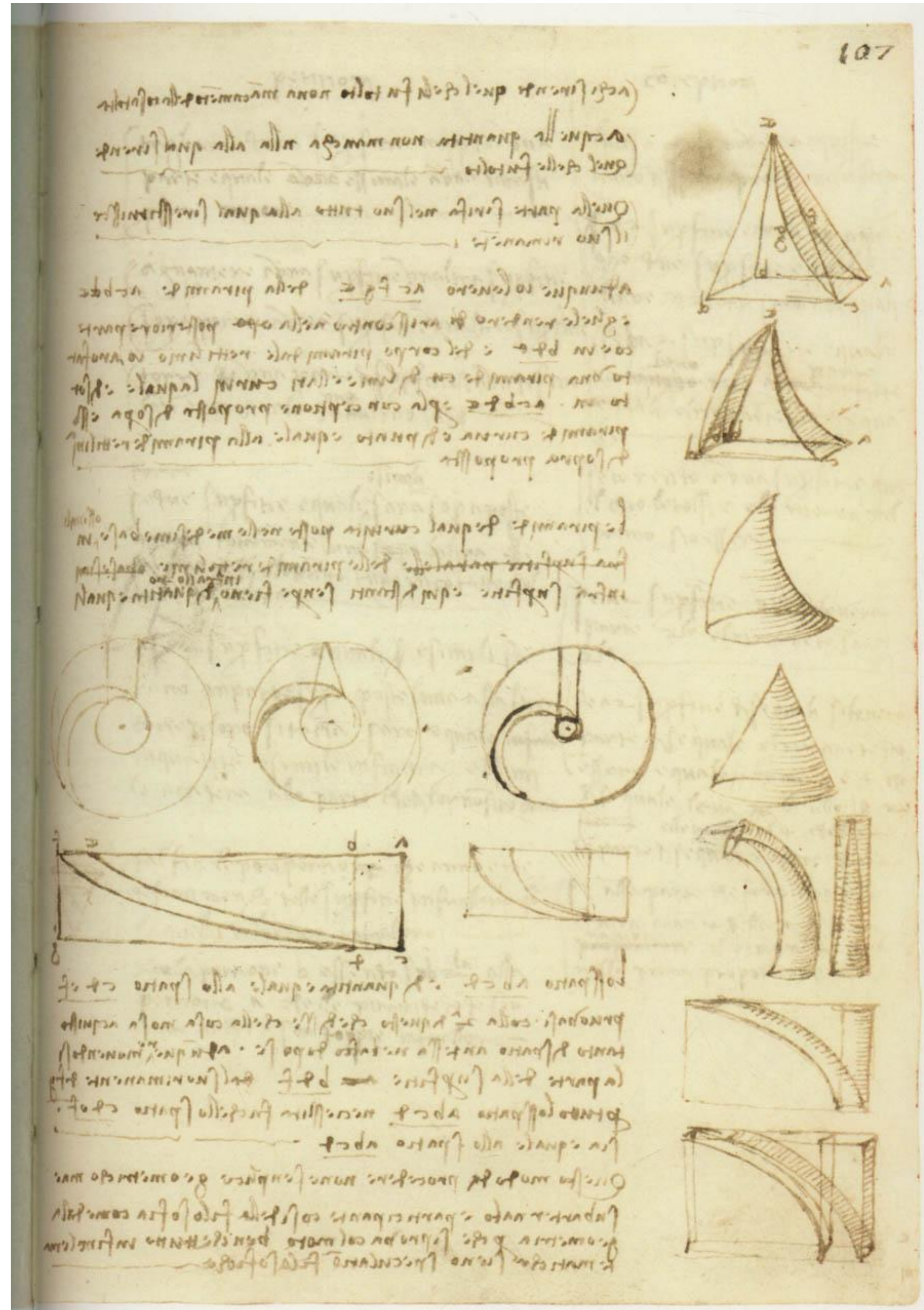


La geometria delle trasformazioni.3

- 3)Si può trasformare una figura rettilinea in una curvilinea per deformazioni graduali. Ad esempio è possibile dimostrare l’uguaglianza delle due aree dividendo il rettangolo in sottili strisce parallele per poi spingere ciascuna striscia in una nuova posizione, in modo che le due linee rette verticali si trasformino in linee curve

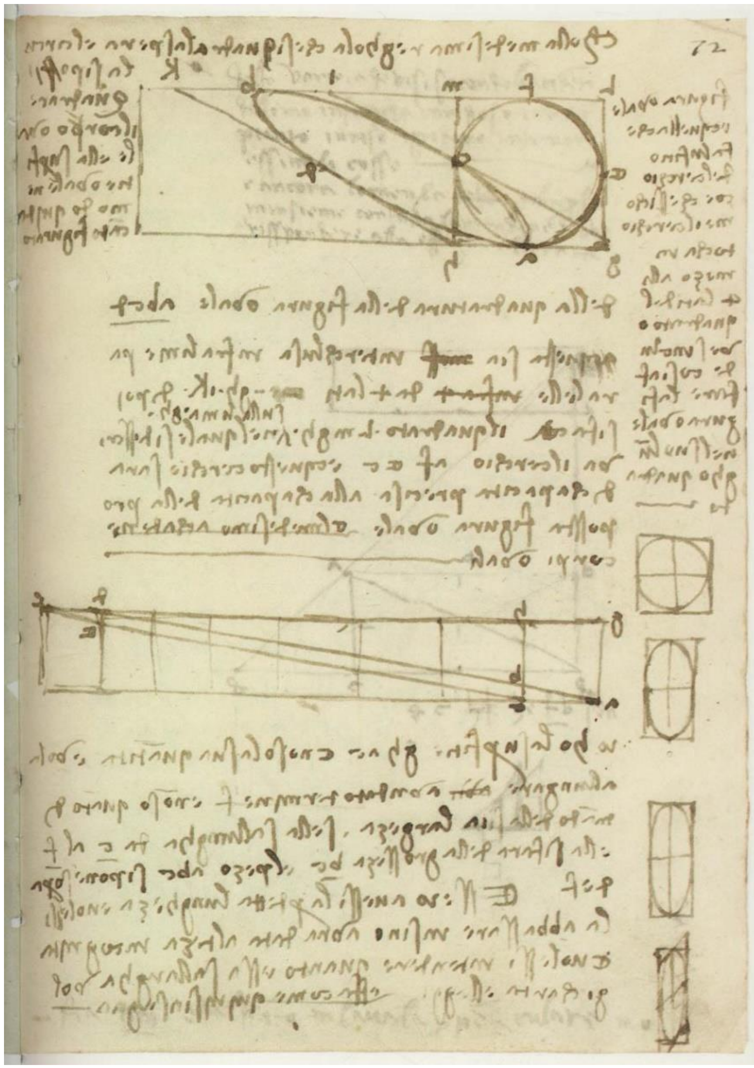


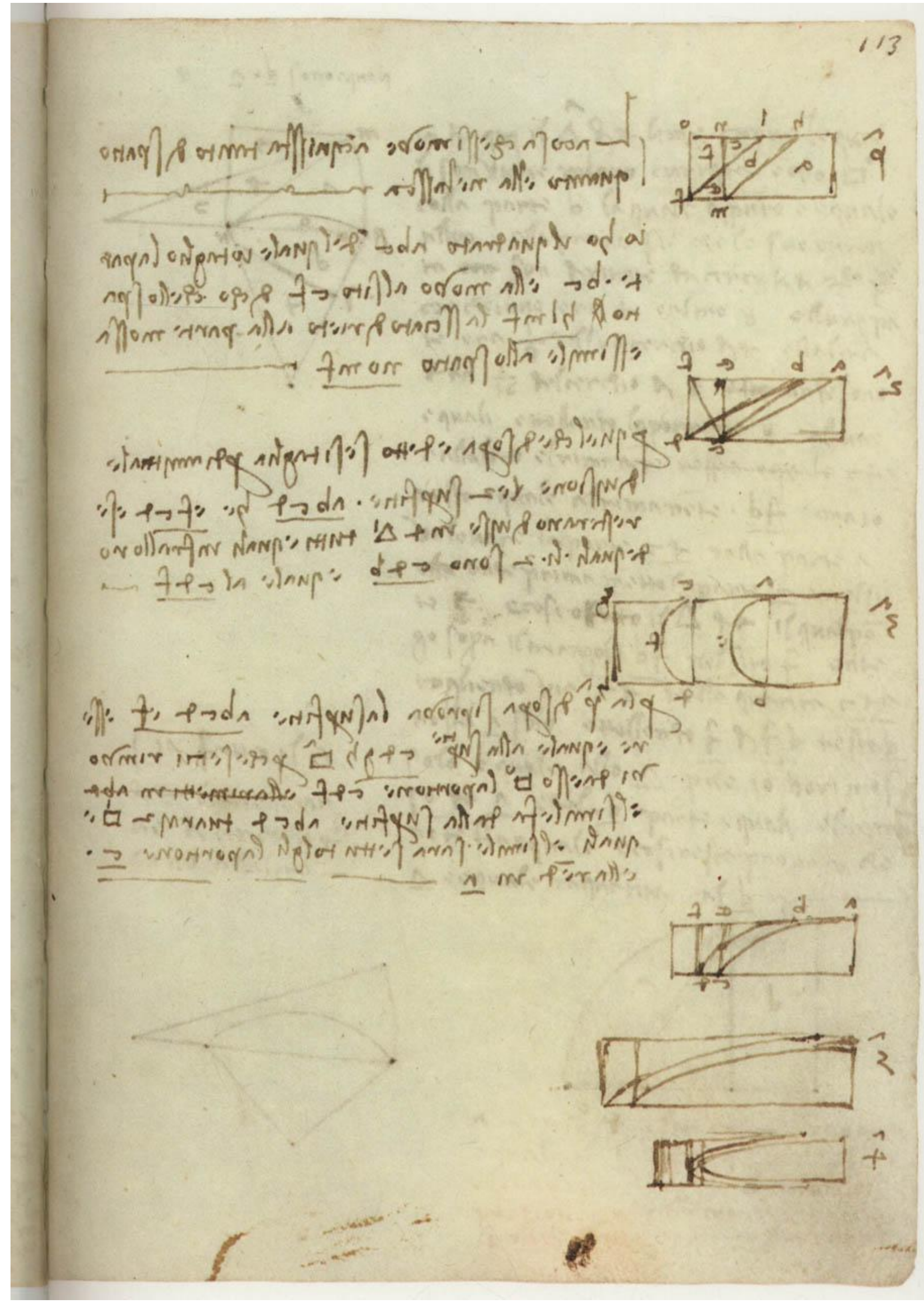
Un catalogo di trasformazioni: il f. 107r del Madrid II



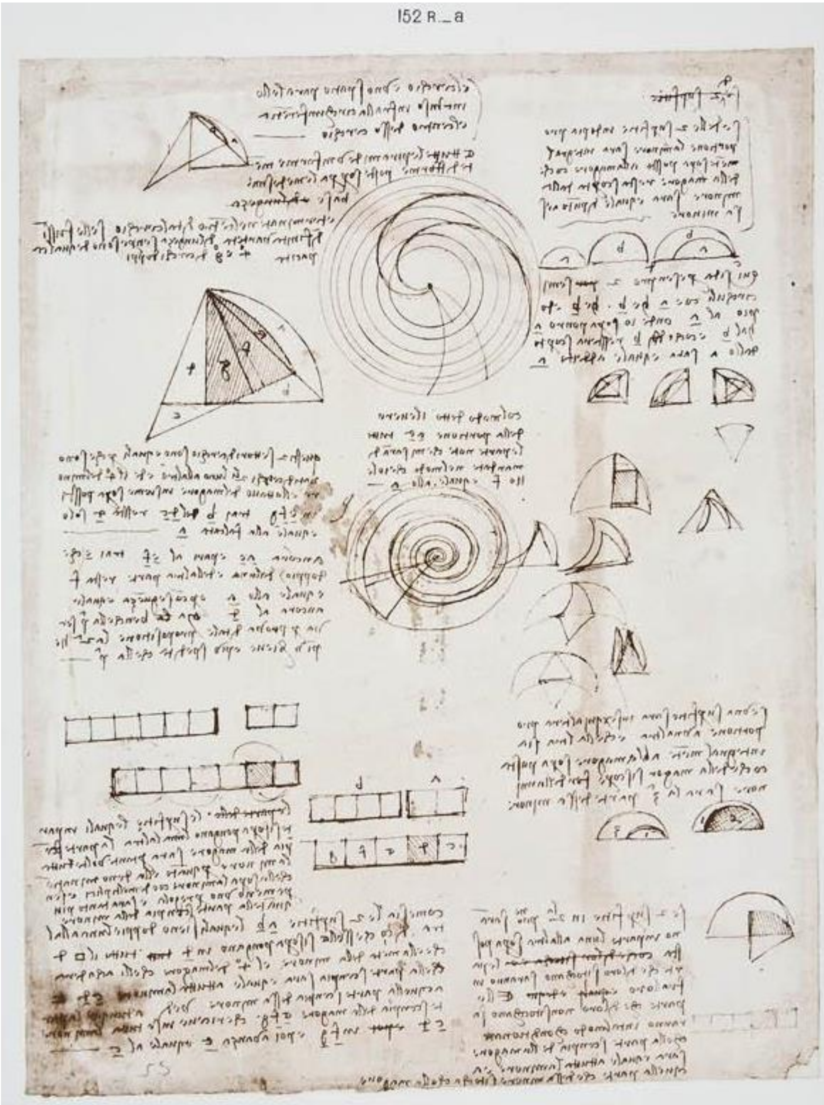
- In alto a destra Leonardo mostra come sia possibile staccare una porzione di piramide e riattaccarla al lato opposto per creare un solido curvilineo.
- Negli schizzi successivi un cono falcato viene ottenuto deformando gradualmente il cono di partenza.
- Al di sotto dei coni si illustra la «piegatura», quasi fosse un oggetto di metallo, di un cilindro entro cui è inscritto un cono.
- Gli ultimi schizzi in basso a destra sono esempi di scorrimenti paralleli.
- Al centro del foglio invece tre figure rettilinee vengono trasformate in spirali per scorrimento circolare.

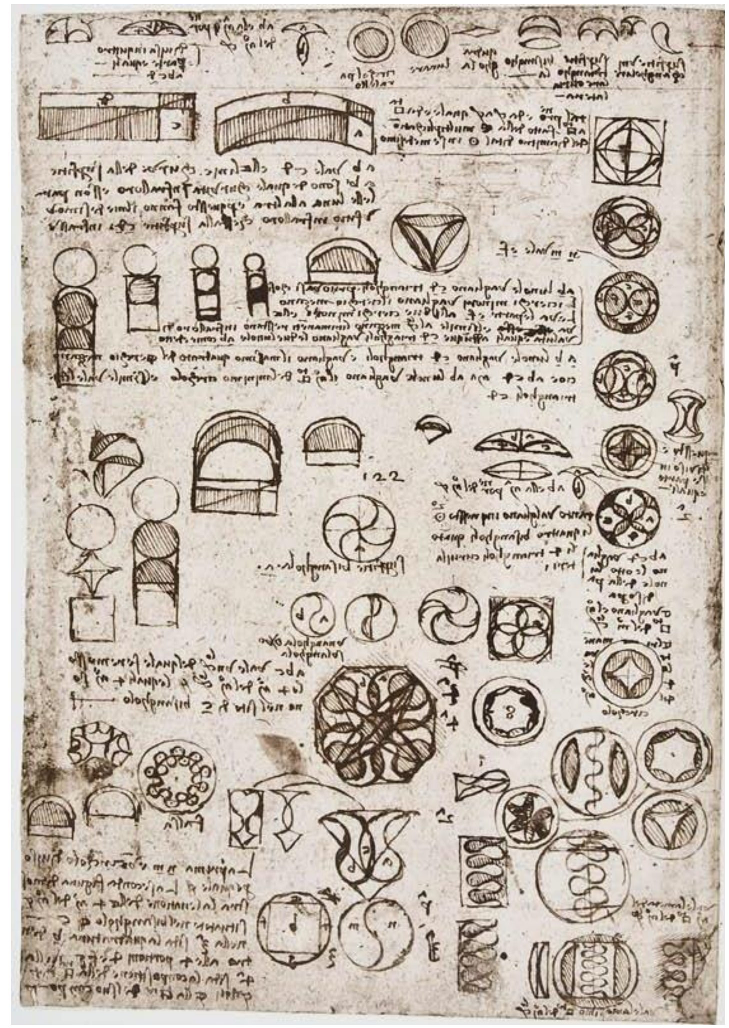
Quadrature di superfici





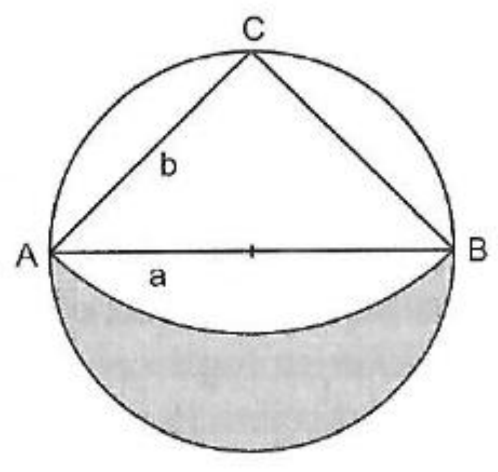
I problemi di quadratura nel Codice Atlantico



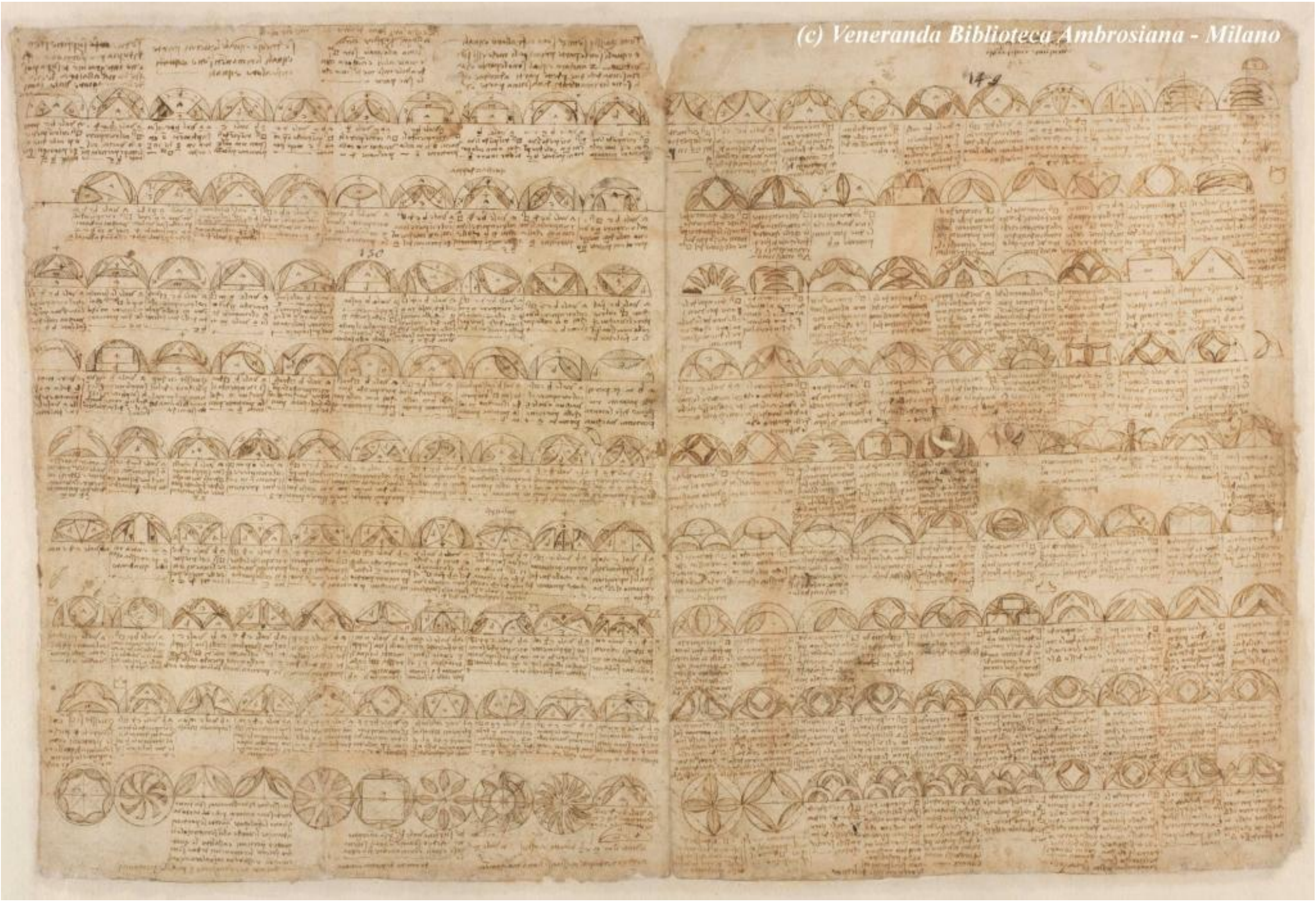


La lunula di Ippocrate e le lunule di Leonardo

- L’area della lunula ombreggiata è uguale all’area del triangolo ABC.
- L’equivalenza si può dimostrare facilmente con la geometria elementare se si tiene conto del fatto che il teorema di Pitagora stabilisce un nesso tra i due archi.

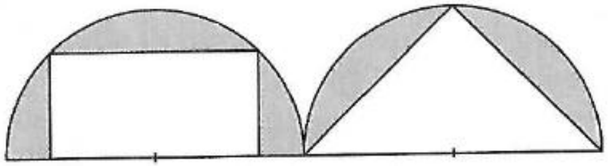


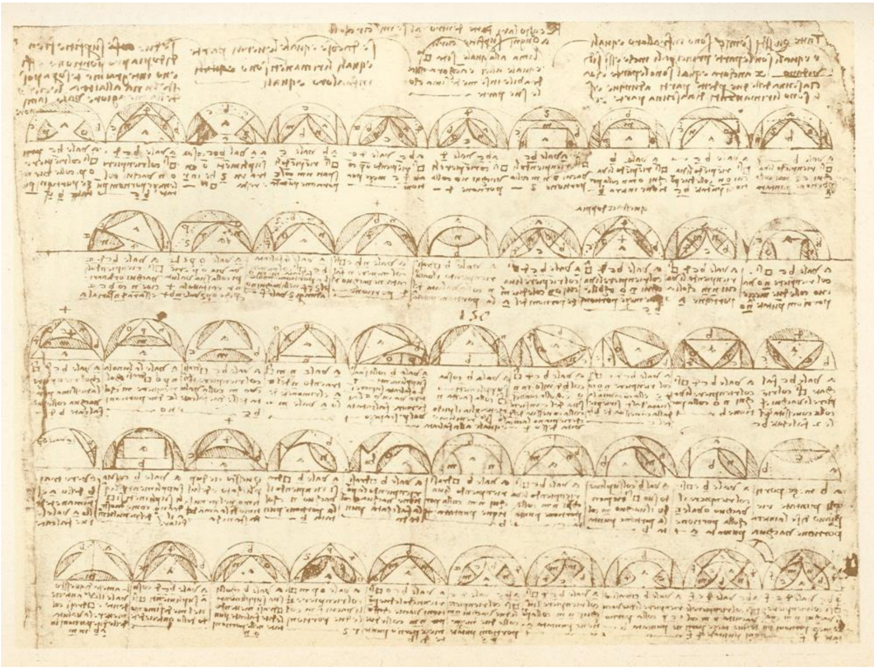
De ludo geometrico: i rompicapo di Leonardo nel Codice Atlantico



Il gioco geometrico di Leonardo nel f. 455 del Codice Atlantico

- Il foglio doppio è diviso in parti uguali da dieci linee orizzontali. Per ogni diagramma il punto di partenza è sempre un cerchio in cui è inscritto un quadrato. Poiché le aree bianche sono uguali anche le aree ombreggiate sono uguali

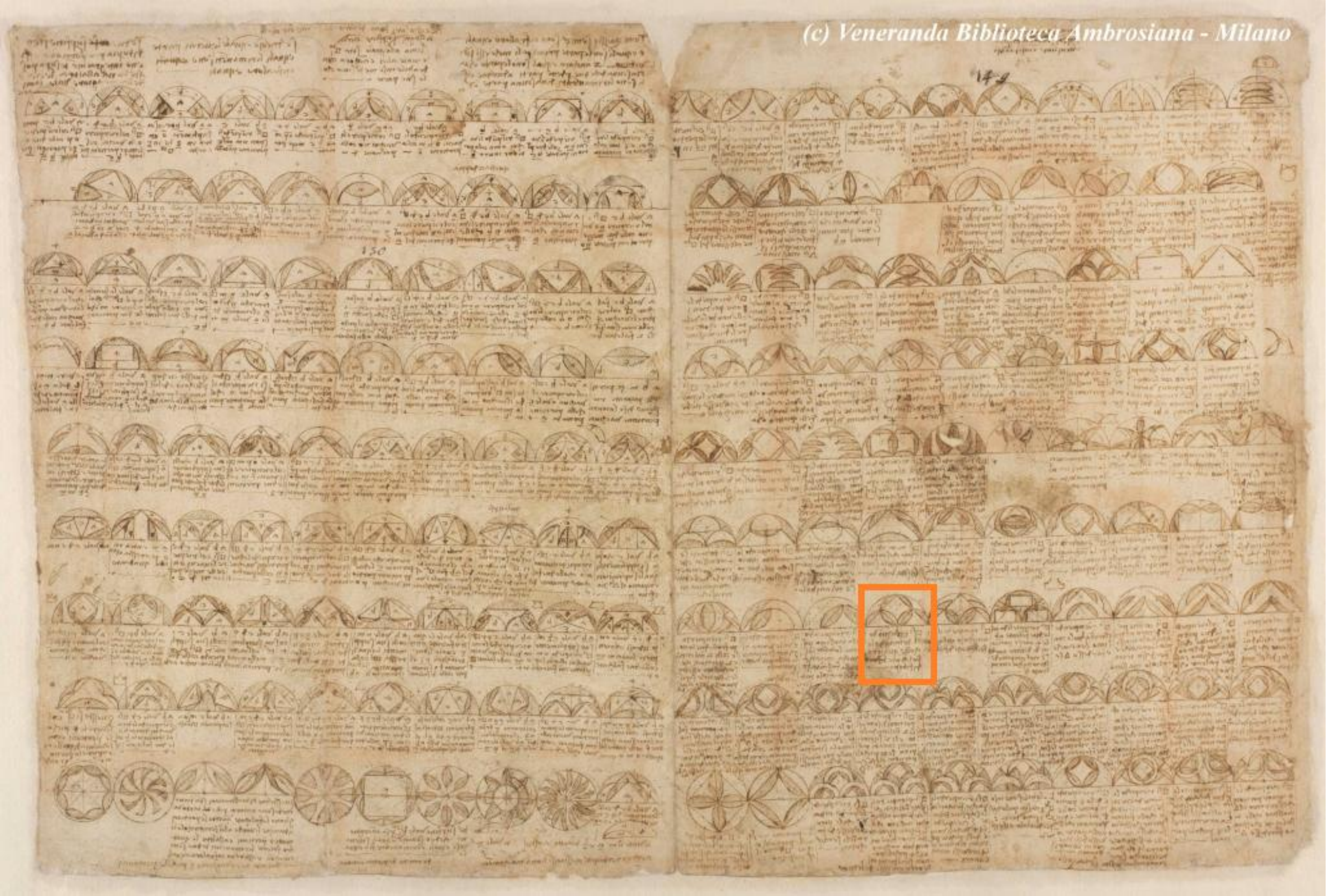




Gioco di equazioni geometriche

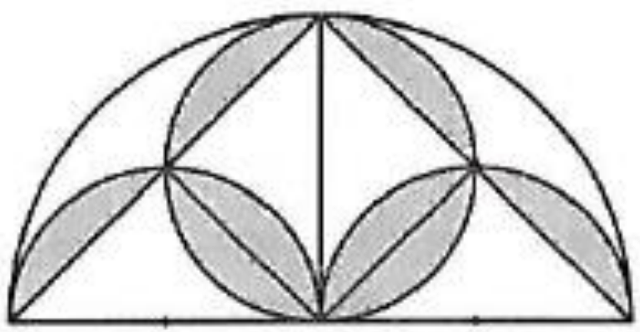
- Leonardo disegna all’interno del diagramma di base bisangoli e falcate in una vertiginosa varietà di motivi. In ogni caso il rapporto fra le aree «vacue» (ombreggiate) e quelle bianche è sempre lo stesso poiché le aree bianche sono sempre equivalenti all’area del mezzo quadrato originariamente inscritto nel semicerchio, e la somma delle aree ombreggiate è sempre uguale a quella del diagramma di partenza

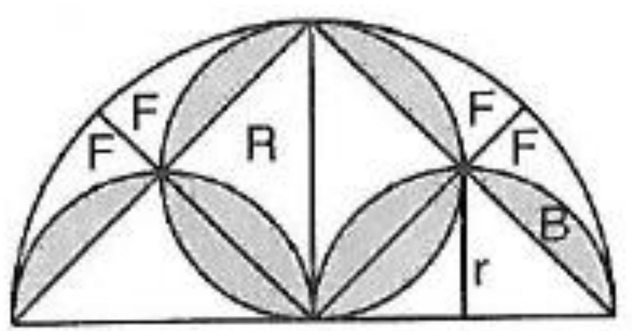
Un caso campione della riga 7



«Quadrasi riempiendo il triangolo colle quattro falcate di fuori»

- All’interno del semicerchio di raggio R Leonardo disegna otto segmenti ombreggiati B e quattro semicerchi il cui raggio r è R/2.
- Le quattro aree «vacue» devono essere riempite con quattro falcate F

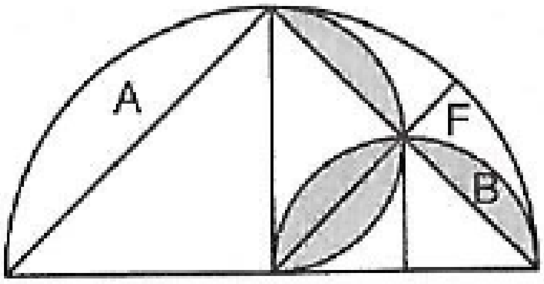




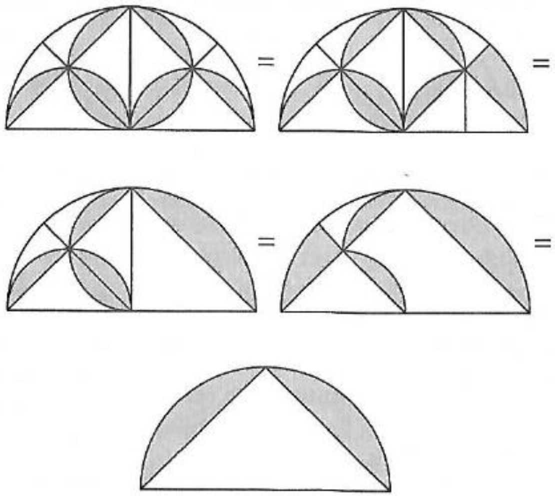
(a)

Dimostrazione dell’equivalenza

- Poiché l’area di un cerchio è proporzionale al quadrato del suo raggio Leonardo dimostra che l’area del semicerchio maggiore è pari a 4 volte quella di ciascuno dei semicerchi più piccoli. L’area del segmento A è quindi pari a 4B. Se si sottraggono due segmenti piccoli dal segmento grande , l’area della figura curvilinea che rimane (composta di due falcate) sarà uguale all’area sottratta, e dunque l’area della falcata F è uguale a quella del segmento B

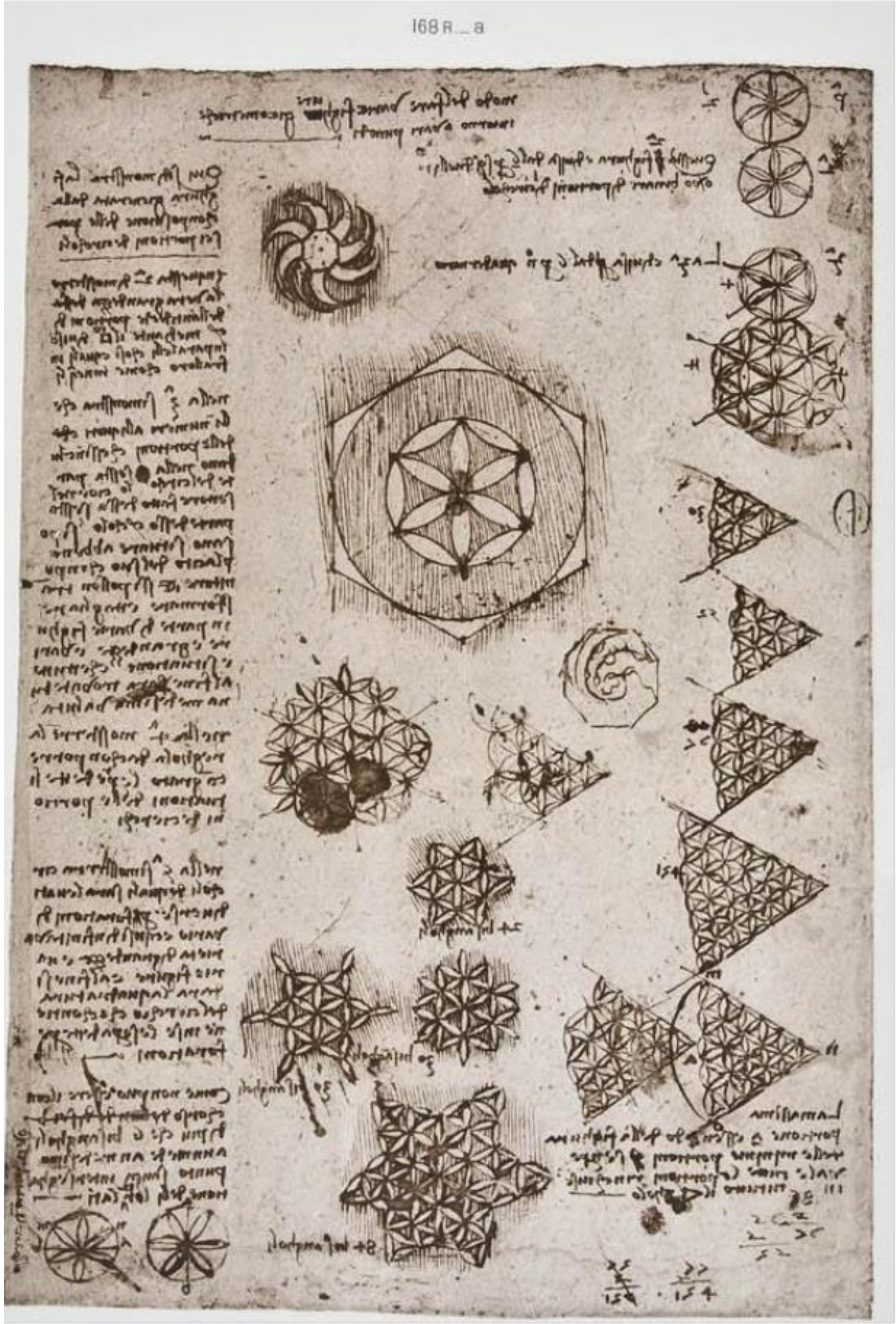


(b)



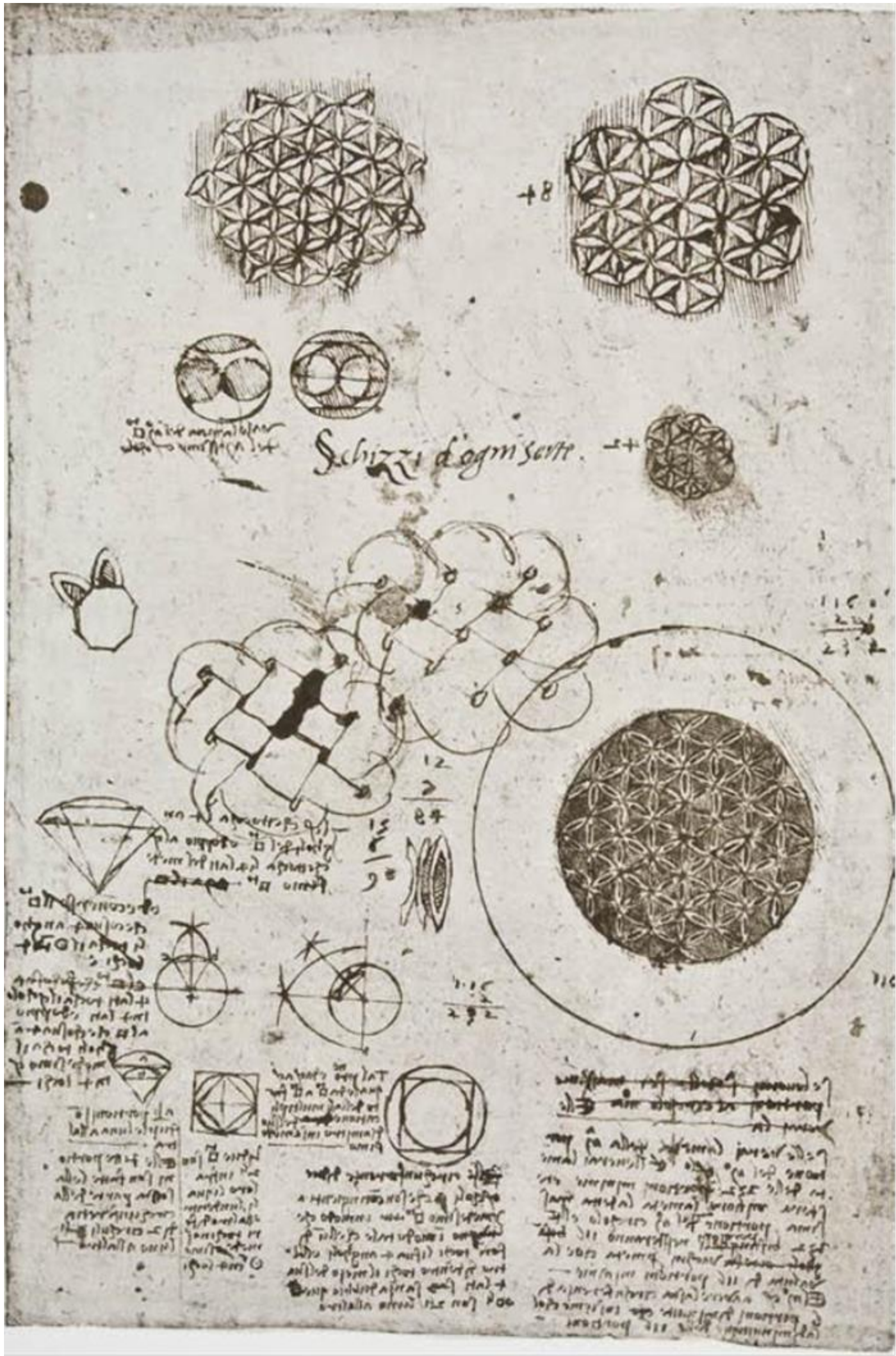
L’arte della geometria nel Codice Atlantico f. 459r

- Iscrivendo l’esagono nel cerchio, questo si divide in sei triangoli equilateri e sei settori, che possono essere riempiti con un numero maggiore o minore di stelle bisangolari.



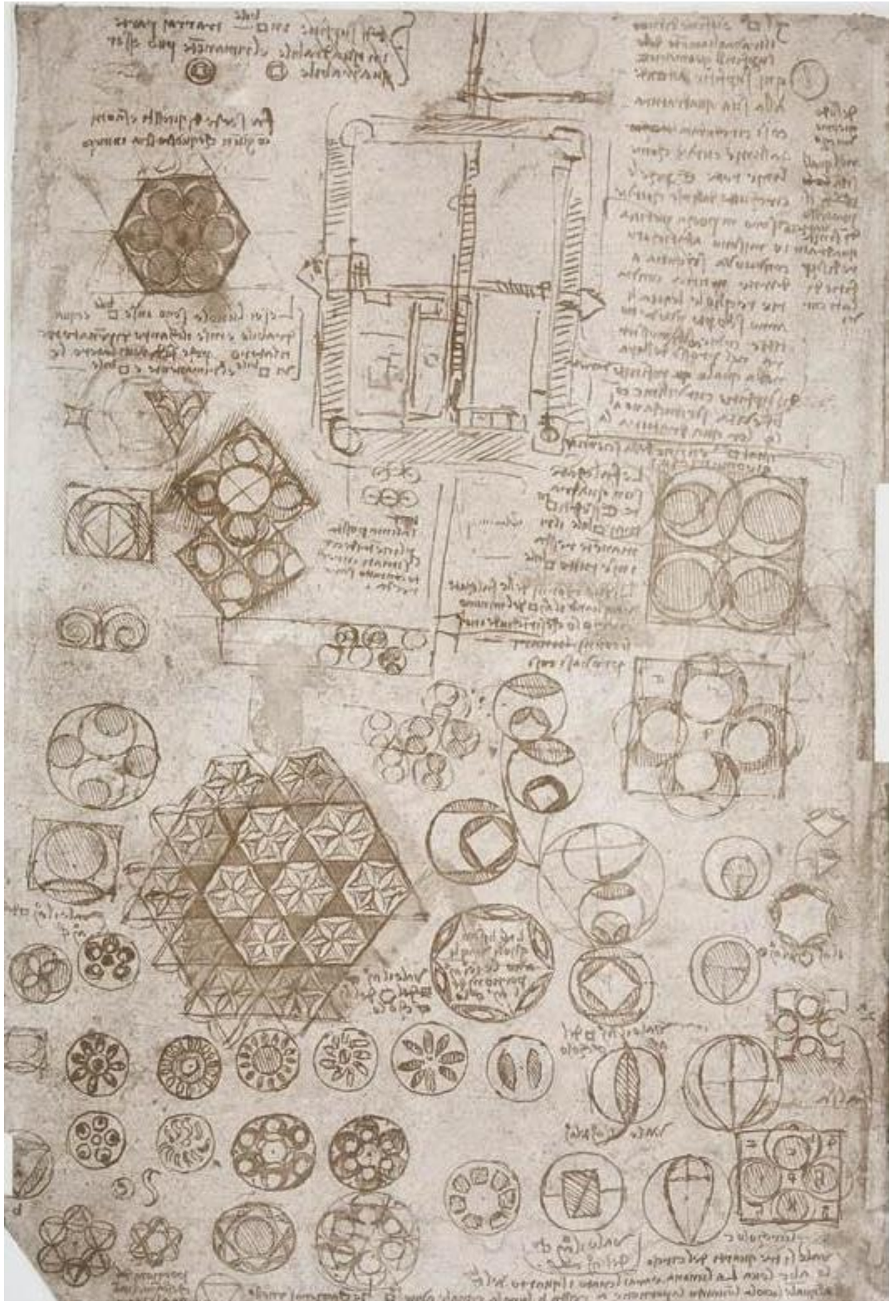
L’arte della geometria nel Codice Atlantico f. 239 v.

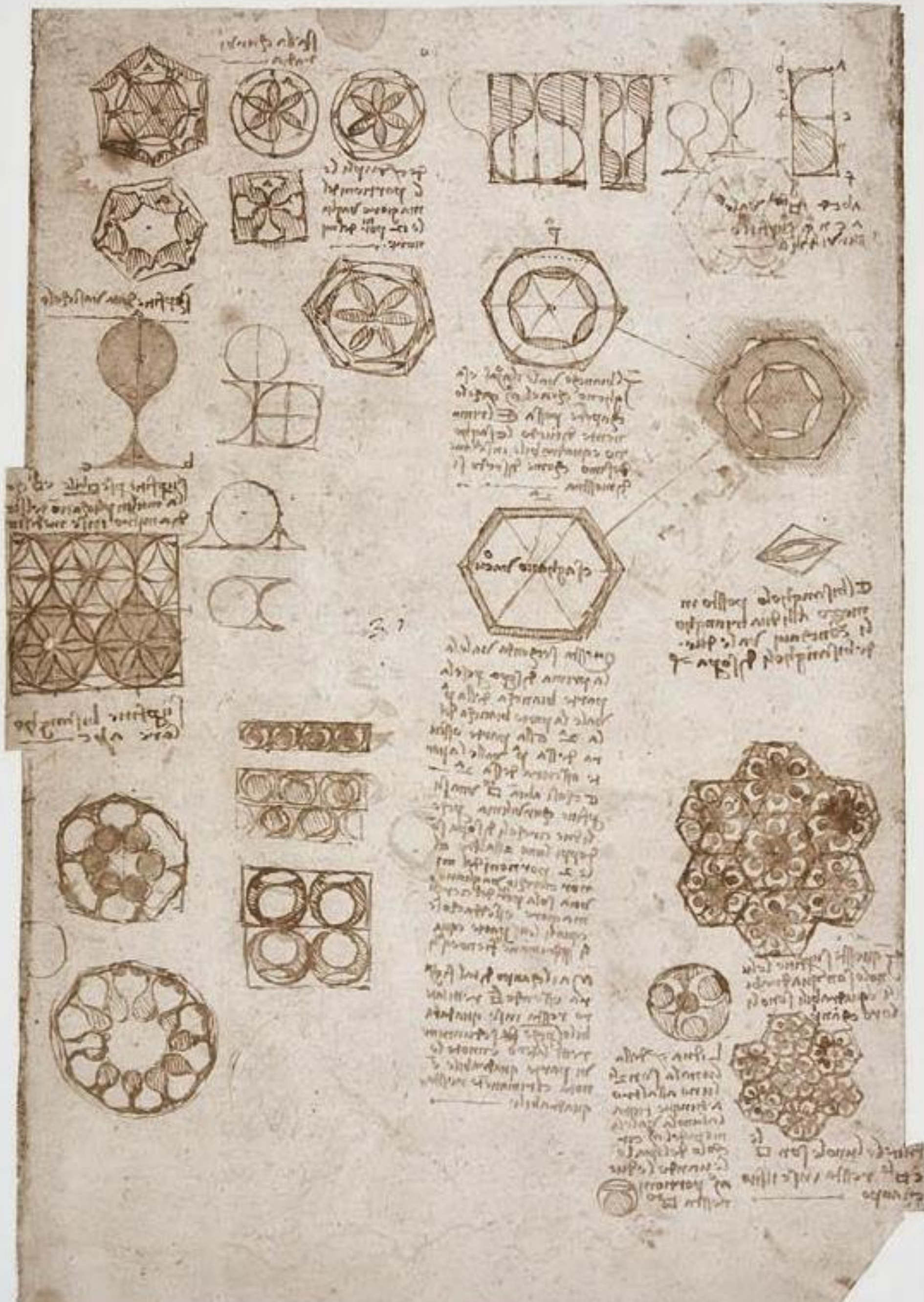
Liberati dalla circonferenza in cui sono iscritti, i bisangoli appaiono raggruppati in ammassi «stellari»

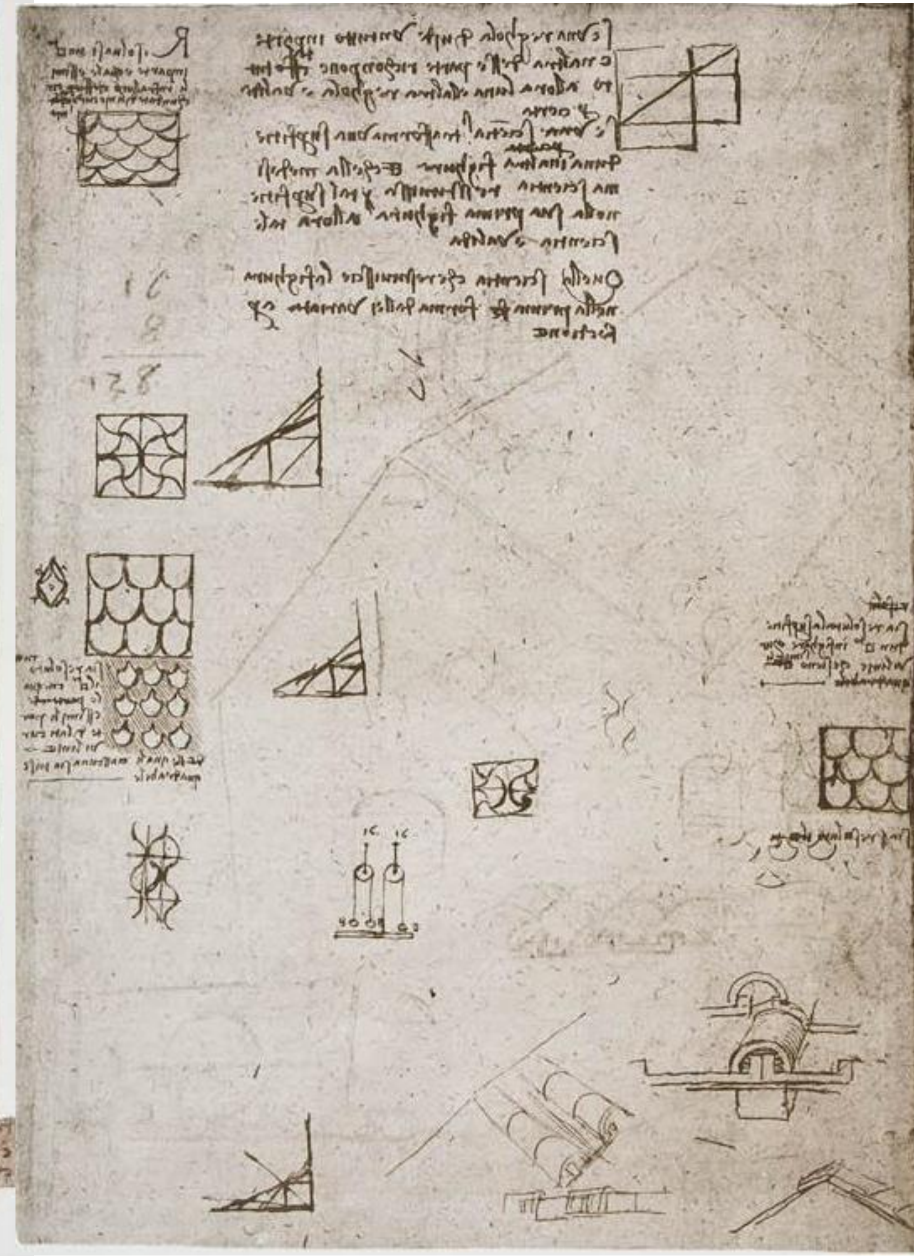


L’arte della geometria e tassellature nel Codice Atlantico

- F. 272v.
- L’esagono conserva la sua piena evidenza. Circondati da un alone più scuro, sette esagoni contengono altrettante stelle

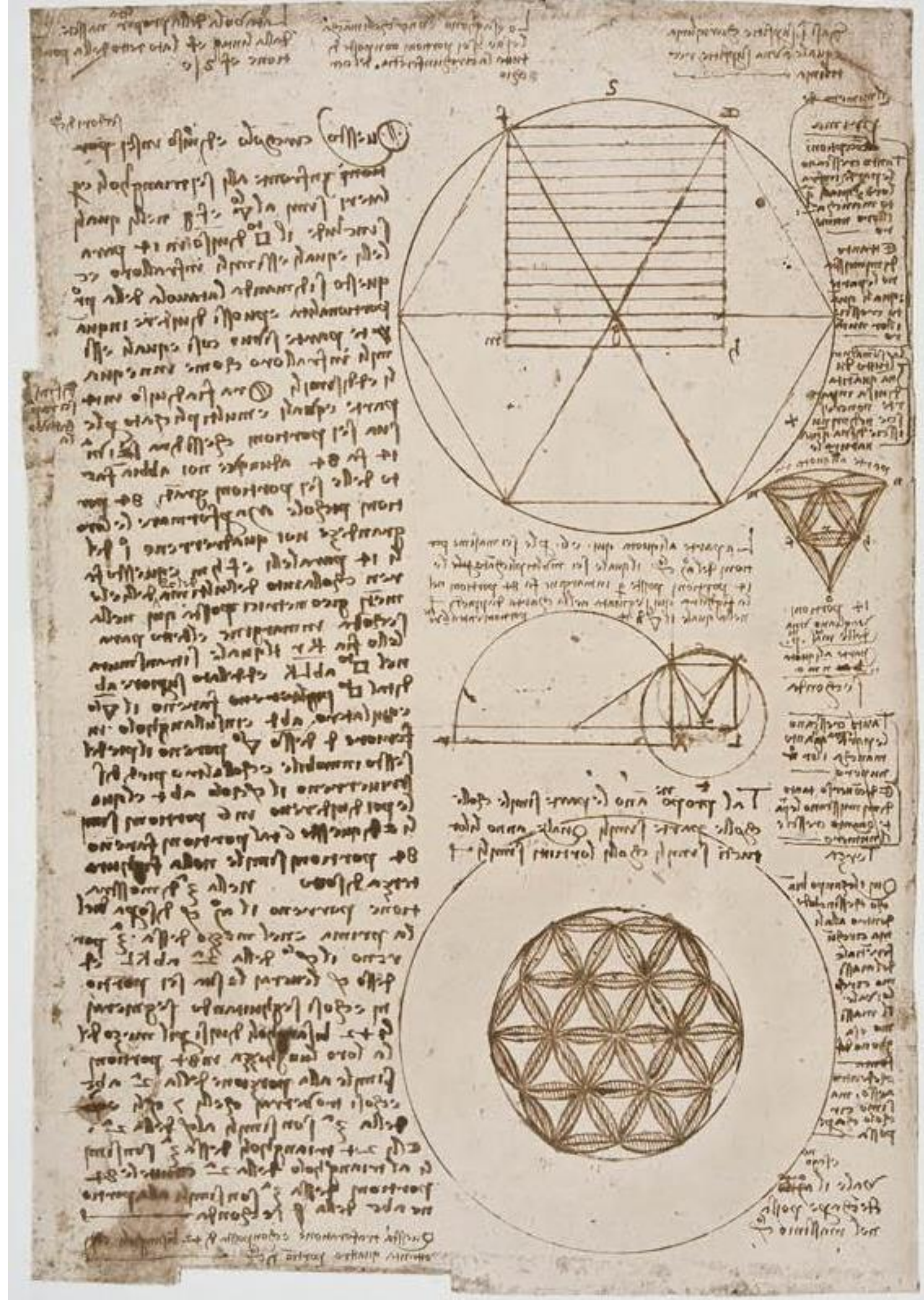






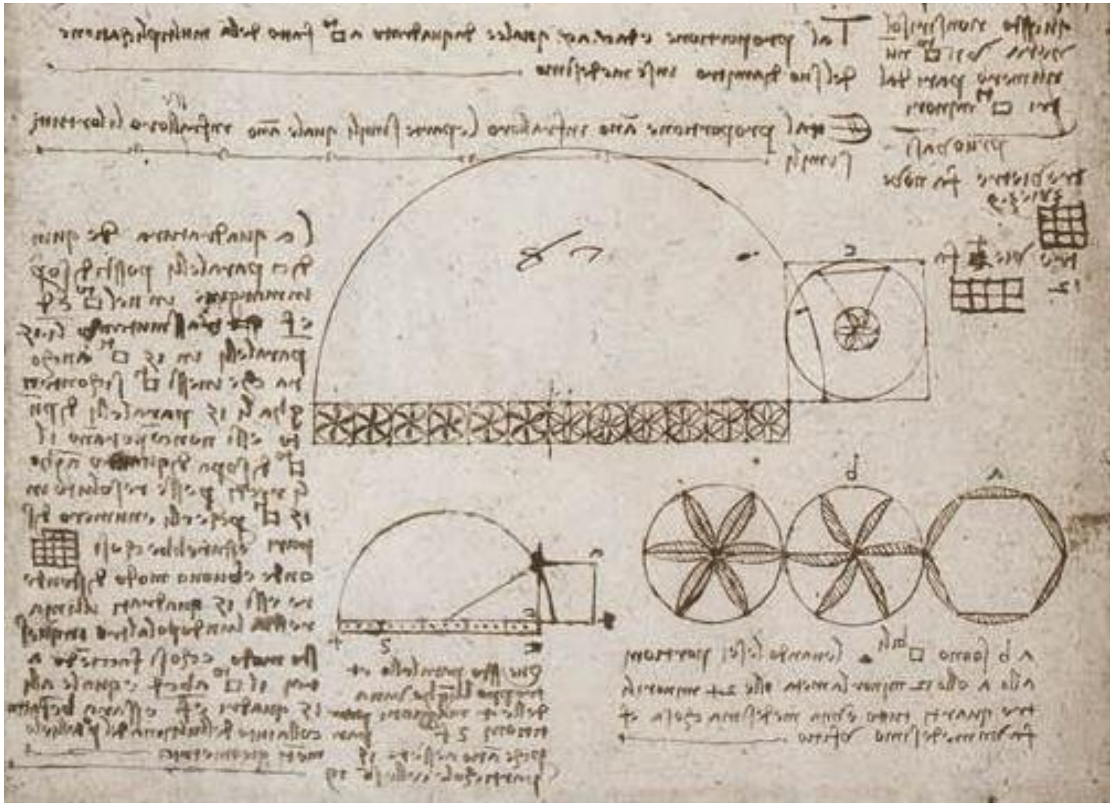
C. A.
f. 308v

- Sul lato dell’esagono iscritto nel cerchio si costruisce il quadrato di proporzionalità, diviso in 14 rettangoli. Più in basso, uno di questi rettangoli è trasformato in un quadrato che stabilisce le misure per la trasformazioni di «bisangoli» proporzionali



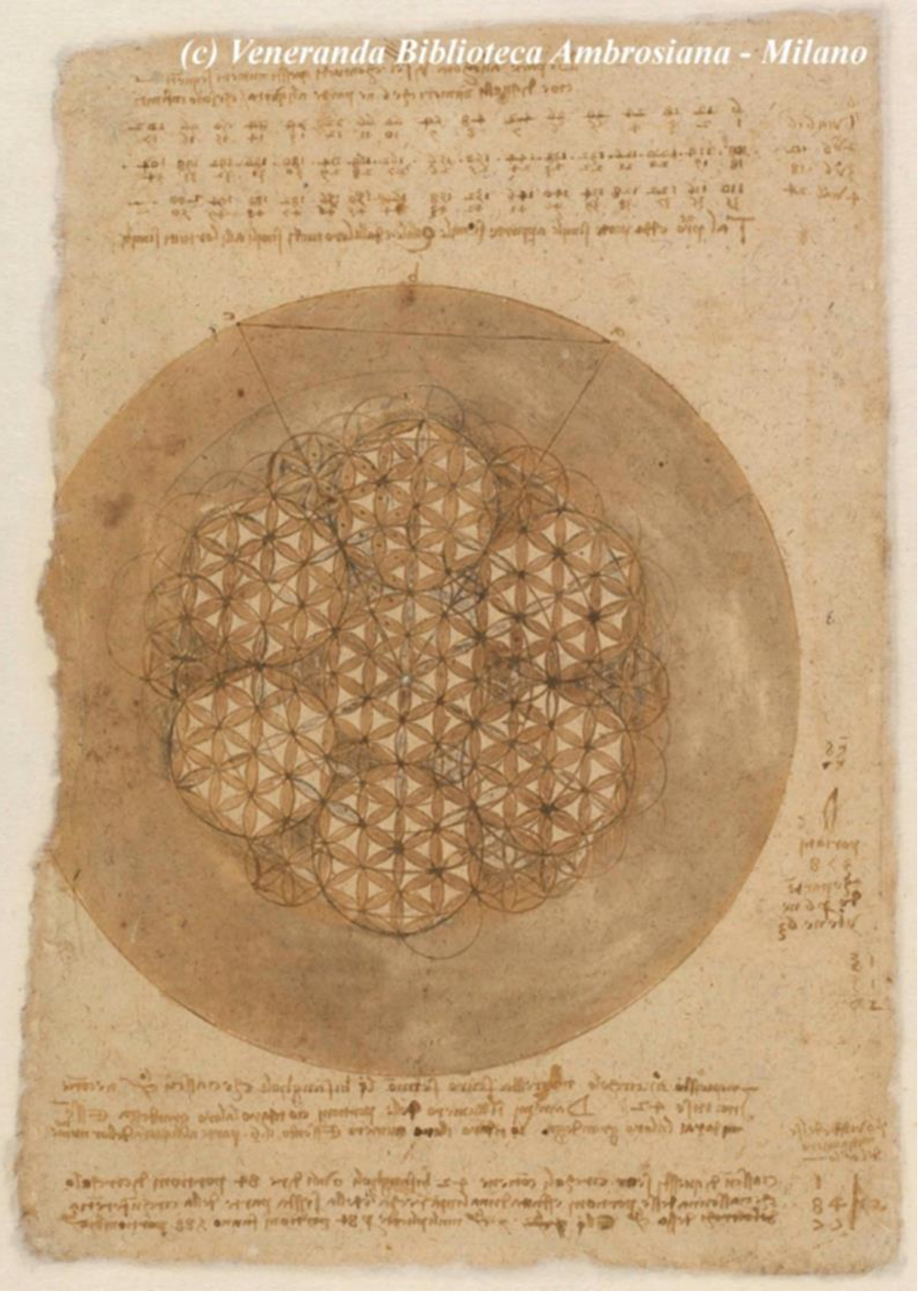
C.A. f. 295r

- Con lo stesso metodo usato nel f. 308v si divide il rettangolo in 12 e poi in 15 figure di rosette



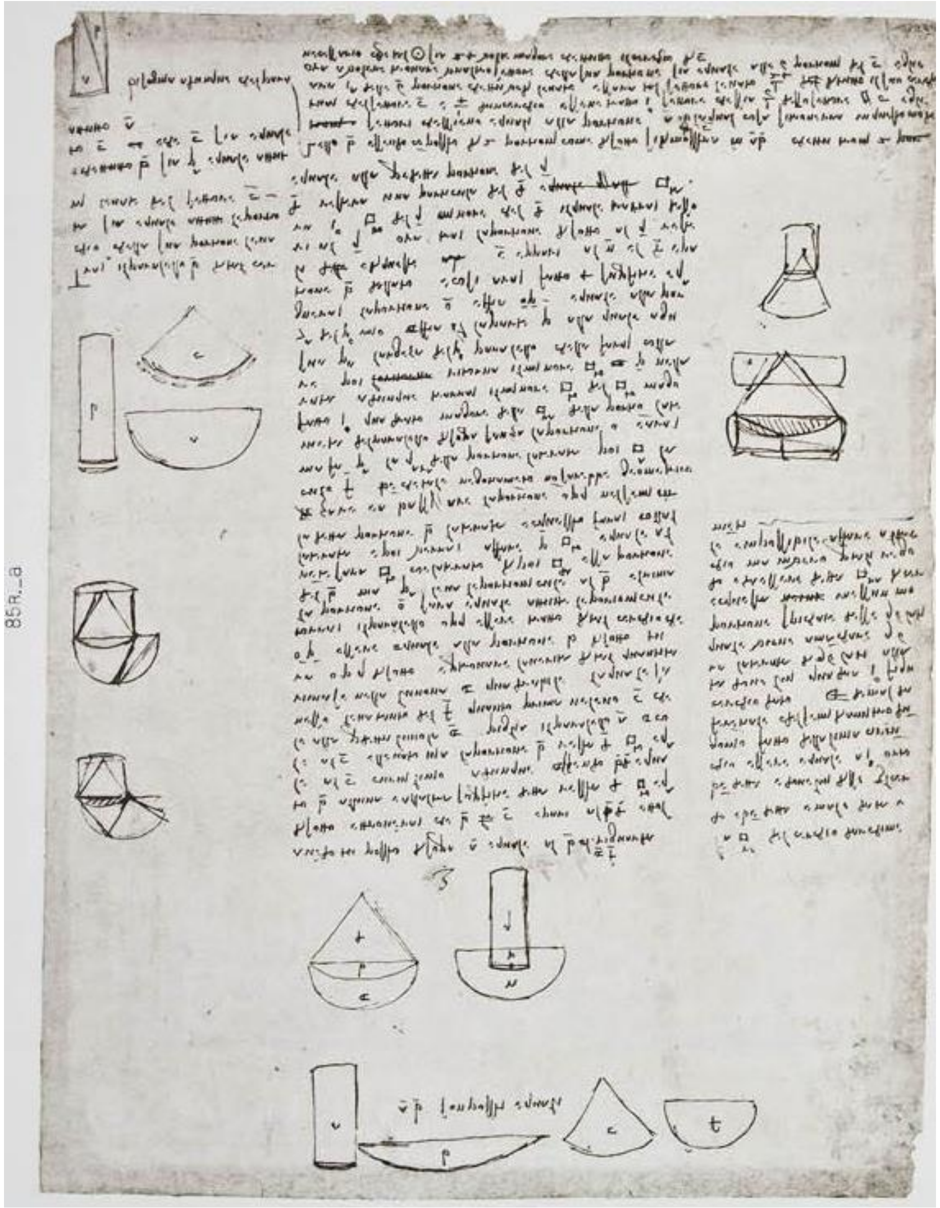
C.A. f. 307 v

- Il grande traforato di stelle e rose risolve completamente la trasformazione di una figura rettilinea (l’esagono inscritto nel cerchio) in una serie di figure curvilinee



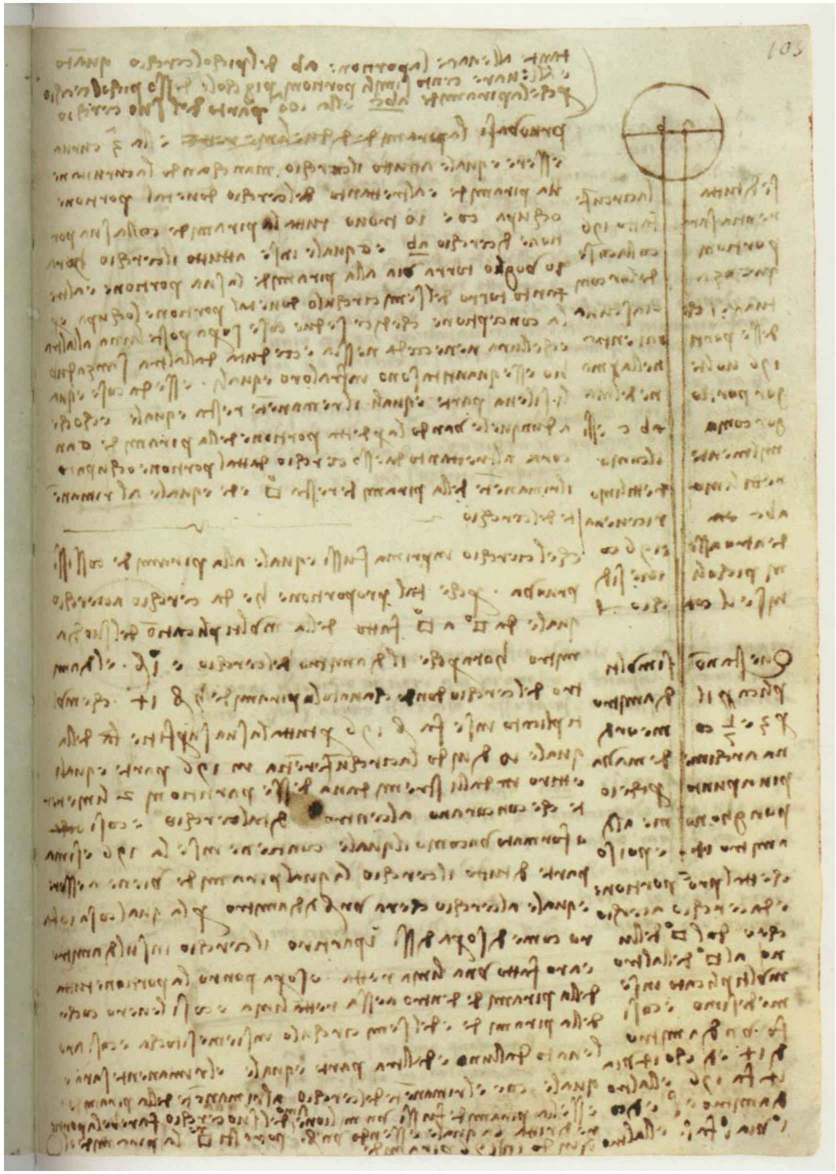
Leonardo, Archimede e la quadratura del cerchio

- «La quadratura del cerchio d’Archimede è ben detta e male data. E ben detta è dove lui disse il cerchio essere equale a uno ortogonio fatto dalla linia circunferenziale e del semidiametro d’un cerchio dato. Ed è mal data dove lui quadra una figura laterata di 96 lati, alla quale viene a mancare 96 porzione d’essi 96 lati. E questa in nessun modo è da essere detta quadratura di cerchio; ma invero per tali regole è impossibile fare altrimenti».
- Codice Atlantico f. 230r.



La quadratura del cerchio nel Madrid II, f. 105r

- Un lungo settore di cerchio è appoggiato sul diametro di un semicerchio che ne taglia la piccolissima porzione. Il diametro misura 3000 braccia e il suo quadrato è 9 milioni. In basso sono disegnati due piccoli cerchi *a* e *b*, e la didascalia dice: «fa il cerchio *b* un milion di milioni di volte maggiore che *a*, il quale a abbia diametro un braccio e così esso cerchio ha il suo milion di milioni equale a esso braccio del *a*»

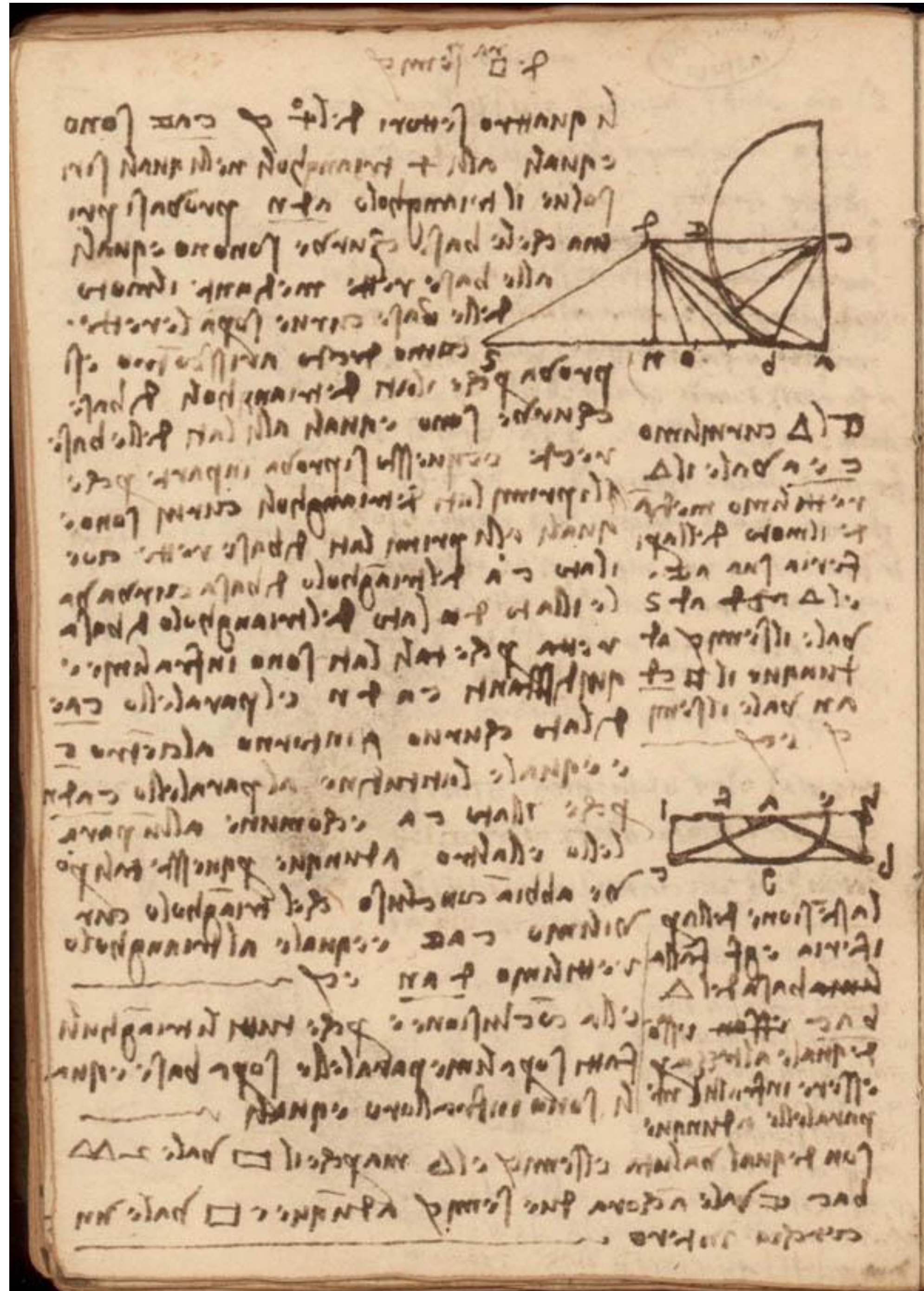


L’intuizione dell’infinito: f. 105v

- «Se un cerchio è mille e un altro cerchio è un milione, un millesimo del cerchio maggiore è pari al cerchio minore. Fa adunque una piramide della lunghezza del semidiametro, della quale la sua basa sia una quantità, della quale la basa multiplicata per la metà della sua lunghezza sia cinquecento migliara di quantità, e arai la quadratura del cerchio minore, più una minuzia insensibile, delle quali per la regola d’Archimede, tu n’arai meno di 999 di simile minuzie, le qual tu poi fare di grandezza vicina al punto matematico»
- «Se fussi un milionesimo del suo cerchio, farebbe la porzione diritta»

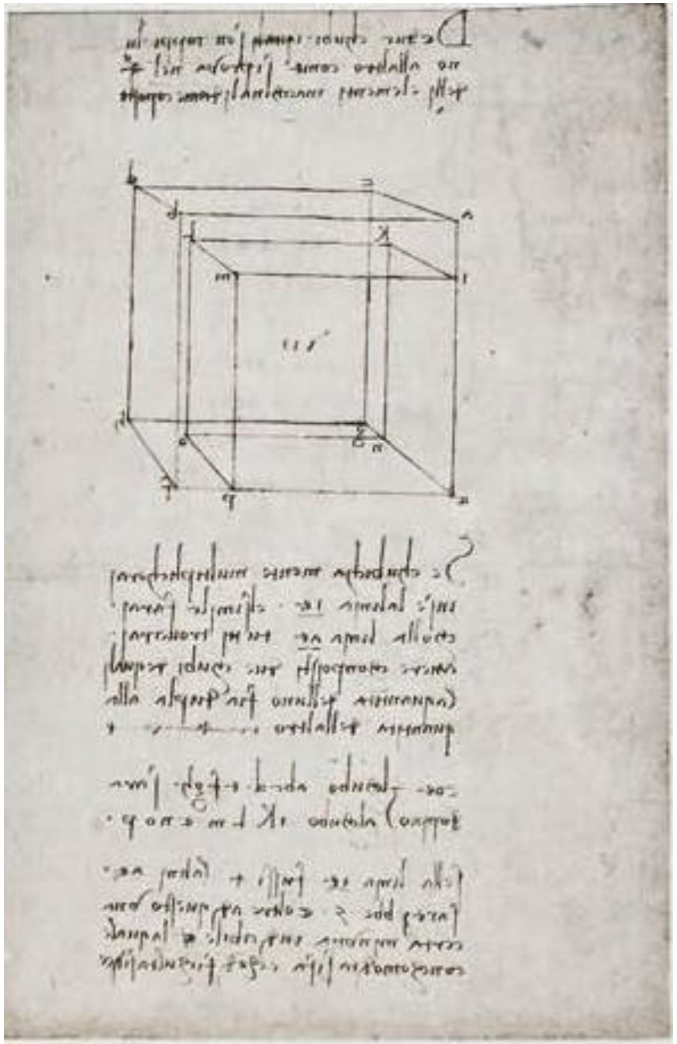
Codice G

- F. 58v. Tentativo di quadratura meccanica del cerchio mediante deformazione di un semicerchio



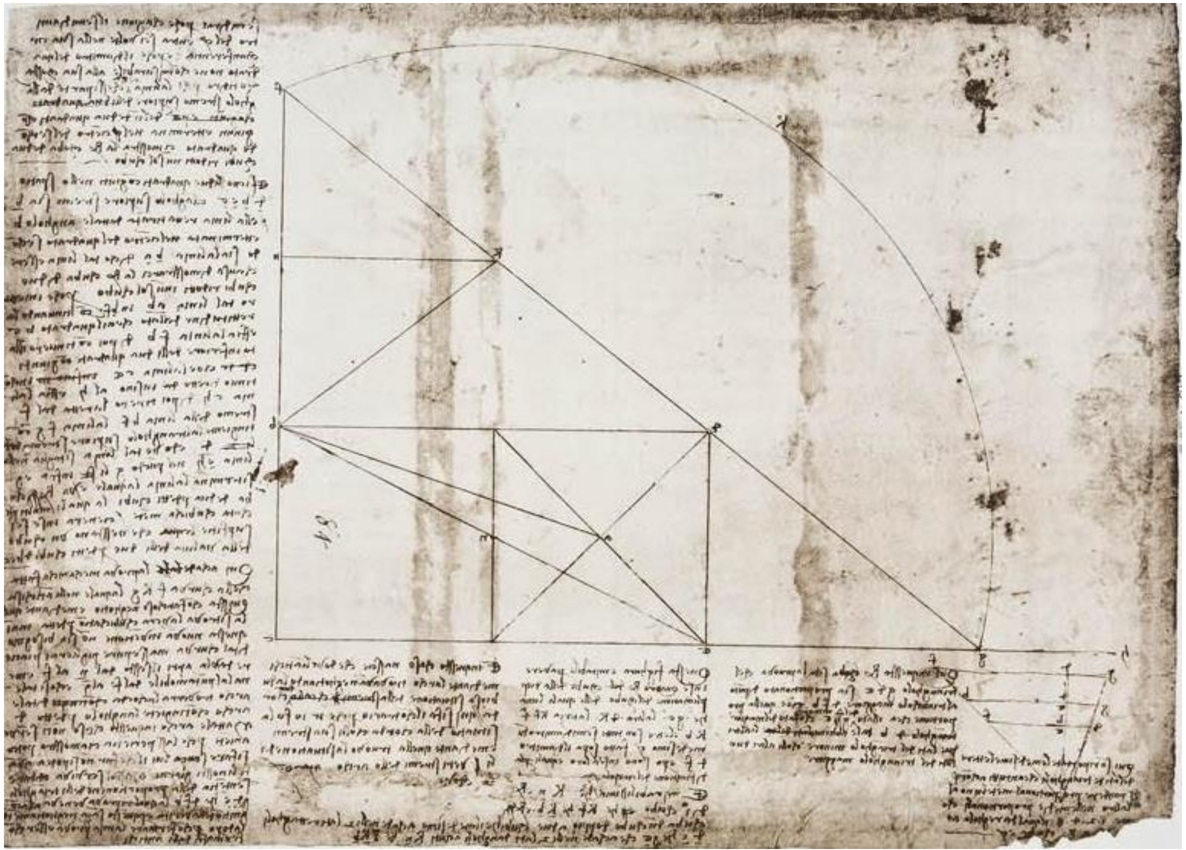
Il problema di Delo nel f. 161 r del CA

- «Se cubicamente multiplicherai in sé la linia *ie* ‘l simile farai colla linia *ae*, tu ti troverrai avere composti due cubi de’ quali la quantità dell’uno fia dupla alla quantità del secondo. Cioè il cubo abcd efgh sarà doppio al cubo iklm. enop. Se la linia *ie* fussi 5, la linia *ae* sarebbe 5 e, oltre a di questo, una certa minuzia indicibile, la quale con comodità di fa e con difficultà di dice»
- Radice cubica di 128 è infatti 5,039684



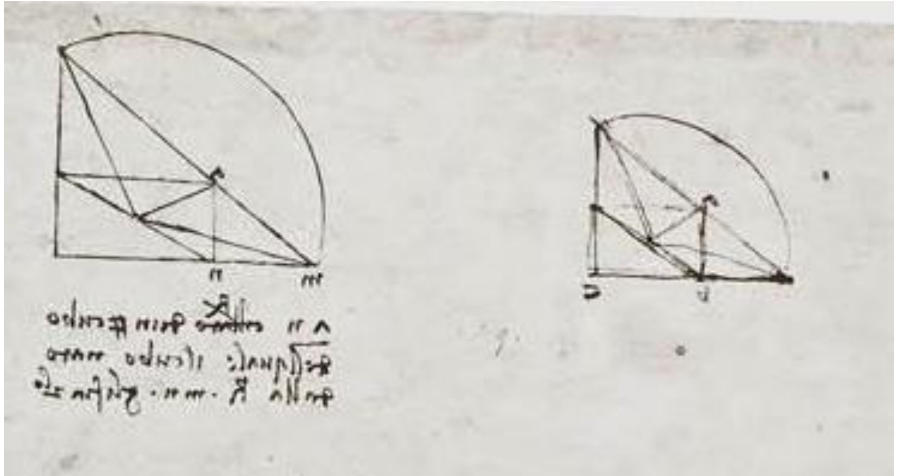
La duplicazione del cubo: il f. 588r del CA

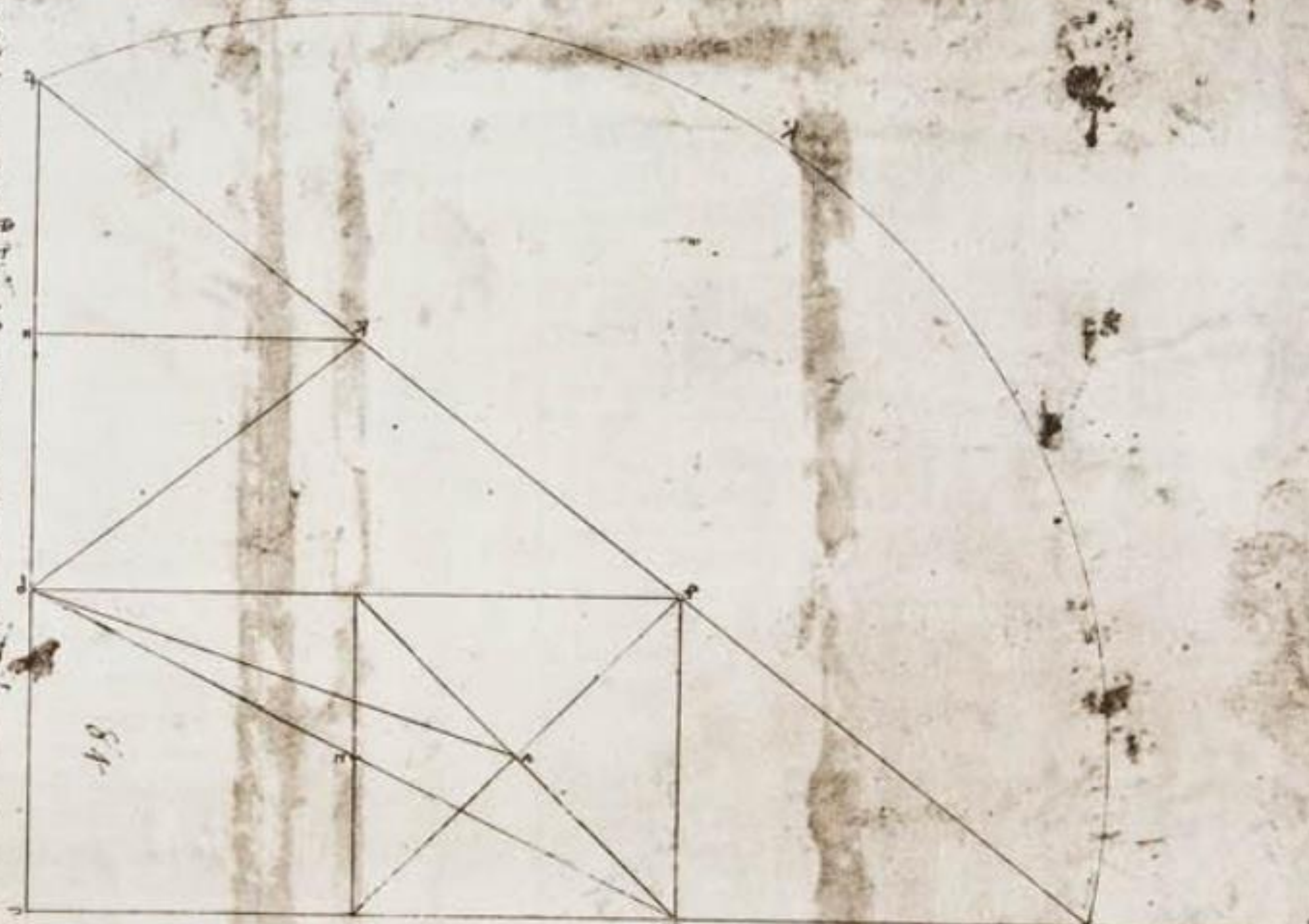
- Data l’altezza del rettangolo come corrispondente allo spigolo di un cubo, si determina sul prolungamento della base verso destra lo spigolo *eg* del cubo doppio. Si tratta di inserire tra i due segmenti dati, che sono l’altezza e la base del rettangolo, due segmenti che sono le loro medie proporzionali.

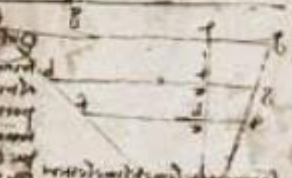


Il problema di Delo secondo Parmenione

- Il f. 588r mostra una figura che rimanda alla soluzione di Parmenione riferita nel *De expetendis et fugiendis rebus* di Giorgio Valla (1501).
- Il centro dell'arco di cerchio è posto nel centro del rettangolo di base, equidistante dalle intersezioni fatte su prolungamento della base a destra e sul prolungamento verticale dell'altezza a sinistra, con la linea retta che tocca il vertice superiore destro del rettangolo. Questo è diviso in due quadrati, che rappresentano due facce del cubo che si vuole raddoppiare. Secondo la costruzione ideata da Parmenione si devono tagliare i prolungamenti del rettangolo, in orizzontale e in verticale, con un righello che oscilla senza staccarsi dal vertice predetto, finché il compasso sul centro del rettangolo non riveli l'equidistanza delle intersezioni.





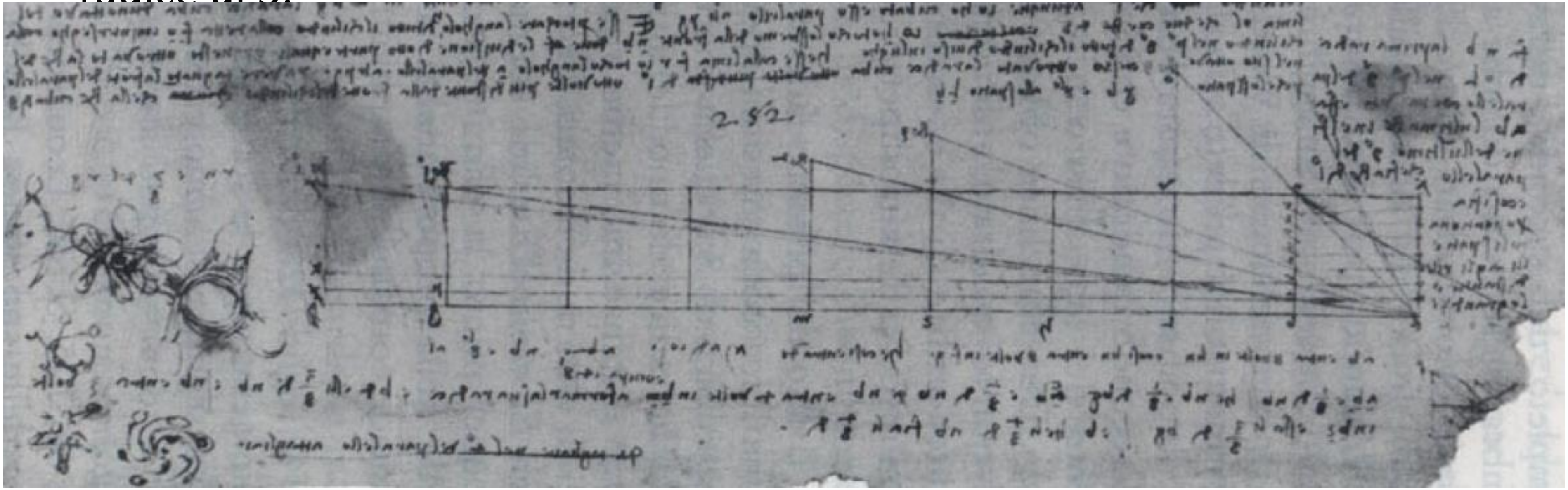


La soluzione implicita di Leonardo

- Il segmento *eg* posto tra la base del rettangolo e l'intersezione alla sua destra è lo spigolo del cubo raddoppiato. Se lo indichiamo con *x* e chiamiamo *a* l'altezza del rettangolo e con *b* la base di ha:
- $a:x=x:y=y:b$
- dove y è il segmento delimitato dall'intersezione in alto a sinistra.
- Ne segue che $x^2=ay$, da cui $y=x^2/4$
- Sostituendo $x^2/4=bx$ e dividendo per *x* e moltiplicando per a si ha: $ax^3=a^3b$, cioè $a^3:x^3=a:b=1:2$.
- Il cubo di *x* è quindi doppio del cubo di *a*.

La costruzione geometrica delle radici cubiche: il f. 828r del Codice Atlantico

- Il rettangolo è diviso in 8 quadrati. Il lato destro del rettangolo è diviso in otto parti uguali. Il prolungamento della base è uguale all'altezza e l'ipotenusa del triangolo rettangolo isoscele si prolunga verso l'alto fino a trovarsi su prolungamento verticale del lato che divide il primo dal secondo quadrato. L'altezza raggiunta dall'ipotenusa è 2, radice cubica di 8. Un'altra ipotenusa tocca il primo ottavo dell'altezza, attraversa gli 8 quadrati e termina nell'angolo sinistro superiore del rettangolo. L'altezza è 1, radice cubica di 1. L'ipotenusa che tocca il secondo ottavo, attraversa quattro quadrati finendo poco sopra, in un punto che Leonardo segna con «R.2», radice cubica di 2. A un'altezza un poco superiore si legge «R.3», radice di 3.



2.82