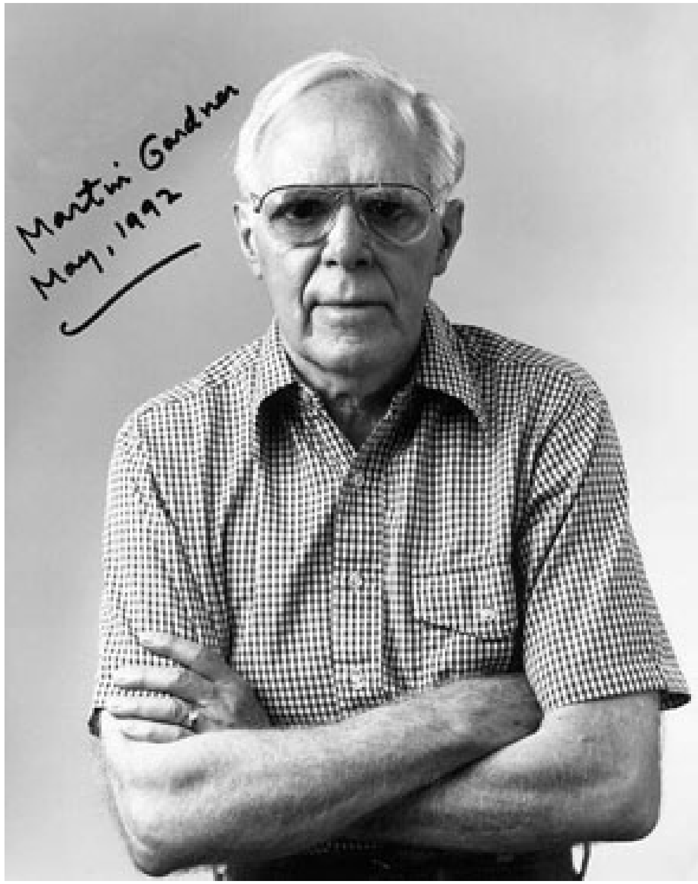
MATEMATICA IN CLASSE 2015

Genova

25 ottobre 2015



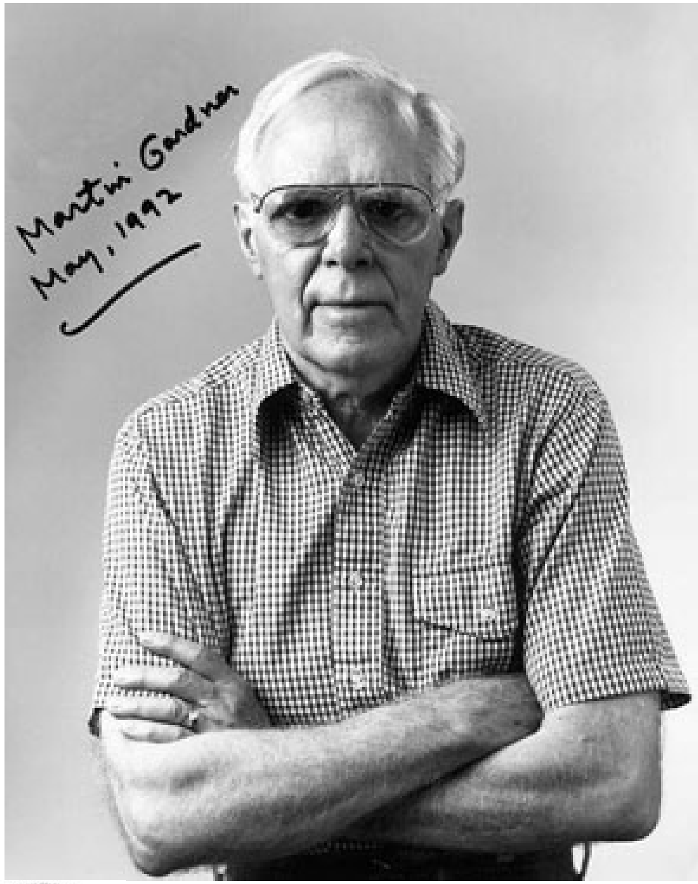
Martin Gardner: "101 anni di Matematica (ri)creativa"

Marco Broglia
bramo.logicar@gmail.com

Nando Geronimi
fgeroni@tin.it

MATEMATICA IN CLASSE 2015

Martin Gardner: “101 anni di Matematica (ri)creativa”



○ MG nasce a Tulsa, Oklahoma, il 21 ottobre 1914

○ il padre gli insegna trucchi di illusionismo, presto ne inventa di propri

○ [1930] a 16 anni collabora con una rivista di magia: primo articolo sulla previsione di un colore scelto dal pubblico

○ [1936] primo libro: “MatchIc”, giochi e trucchi con i fiammiferi

○ [1940 -1948] collabora con la rivista per bambini “Humpty Dumpty’s Magazine”

○ [1950] inizia il suo impegno contro il paranormale

○ [1952] si sposa e ha due figli, fa il redattore

○ [1956] la svolta: ad un incontro di maghi gli viene mostrato un esaflexagono; scrive un articolo e lo vende a Scientific American

○ [1956] l’editore propone una rubrica regolare

○ [1956-1986] rubrica “ *Mathematical Games* ”

○ scrive oltre 100 libri

○ il più grande esperto di matematica ricreativa del ventesimo secolo ci lascia il 22 maggio 2010

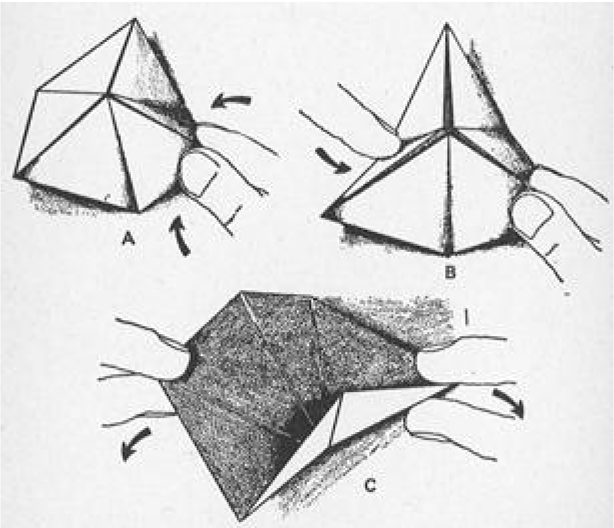
○ in suo onore un asteroide, “2587 Gardner”, una stella tra le stelle

○ [1993] primo Gathering for Gardner (G4G1)

○ [1996] secondo Gathering for Gardner (G4G2)

○ [1992+2n] n-esimo Gathering for Gardner, il prossimo nel 2016 (G4G12)

ESAFLEXAGONI

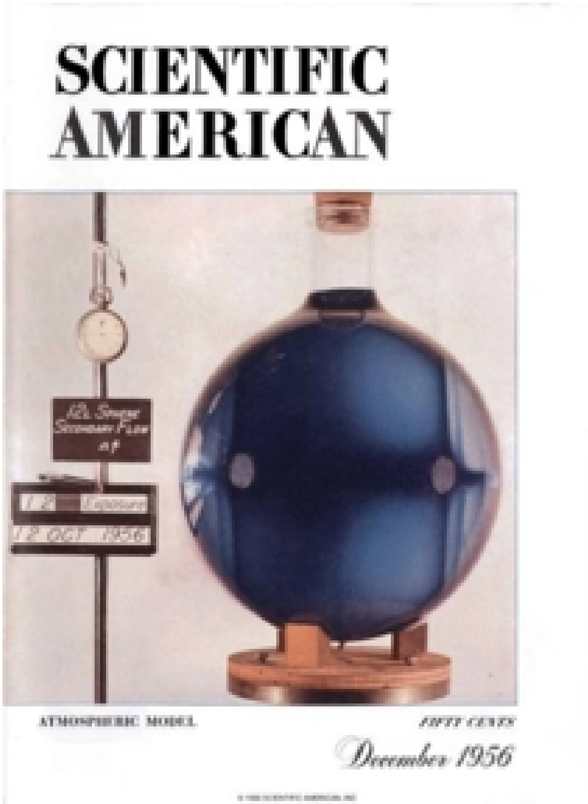


Aneddoto di Stone (1939)

■ Arthur Stone, studente inglese a Princeton
■ aveva raccoglitori ad anelli in formato inglese
■ ma i fogli americani erano più grandi
■ avanzano striscioline di carta al bordo
■ e nascono … i (tri)esaflexagoni

I colleghi di Stone:

■ il matematico americano Bryant Tuckerman, ideatore degli omonimi diagrammi,
■ il matematico americano John Tukey, e
■ il premio Nobel per la fisica Richard Feynman
formarono poi il Princeton Flexagon Committee

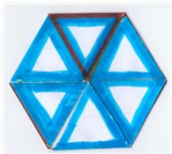


Diciassette anni più tardi, nel 1956, i flexagoni raggiunsero le pagine della rivista «Scientific American», nella rubrica di Martin Gardner, il più grande divulgatore della matematica. Furono proprio i flexagoni il primo articolo di Gardner.

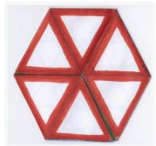
John Perry: “ …. Costruire e usare strumenti matematici…”

“ ….. familiarizzare con le cose prima che gli venga chiesto di ragionare ….”

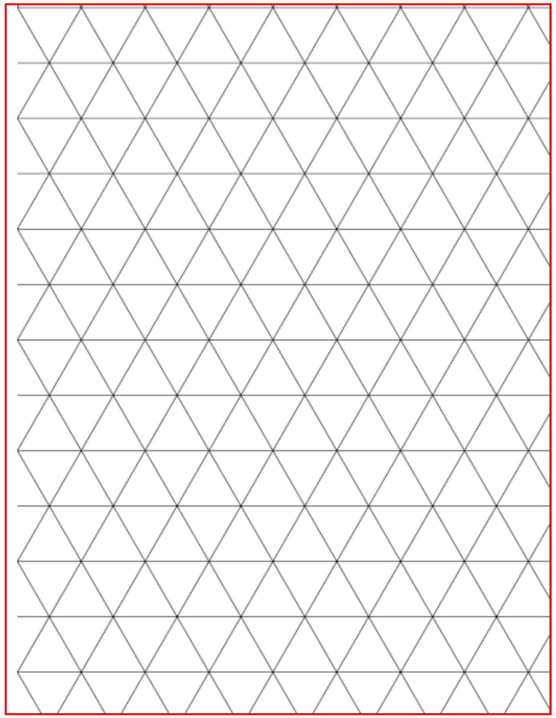
“ … produrre profonde emozioni e dare piacere intellettuale…”



Costruiamo un esaflexagono

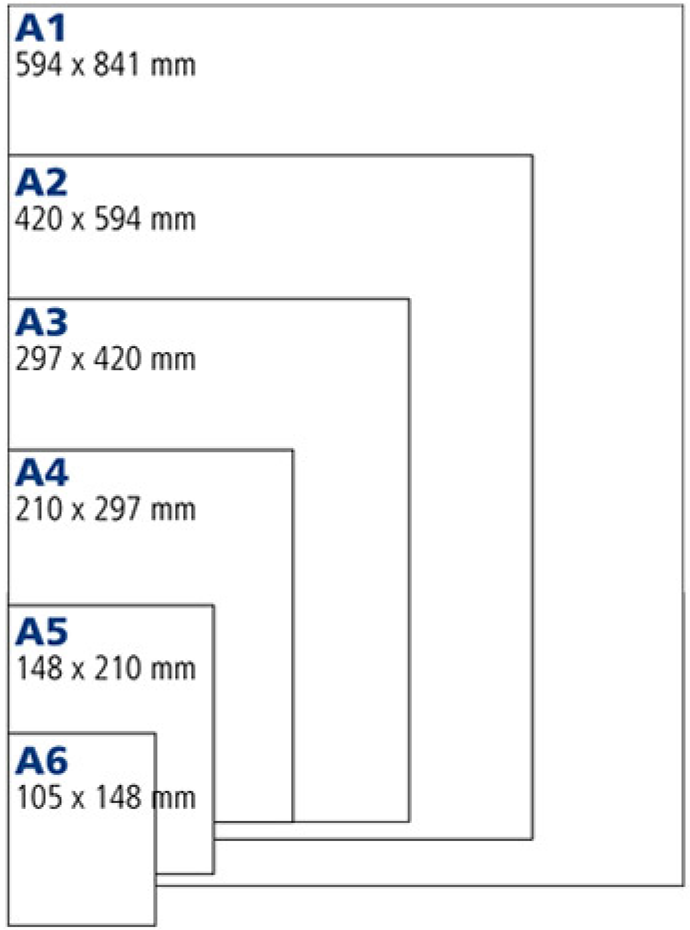


Materiale occorrente:
- Un foglio di carta A4 con reticolo triangolare
- Forbici
- Matite colorate



Materiale occorrente per disegnare il reticolo triangolare:

- Un foglio di carta
- Una squadra 30/60°



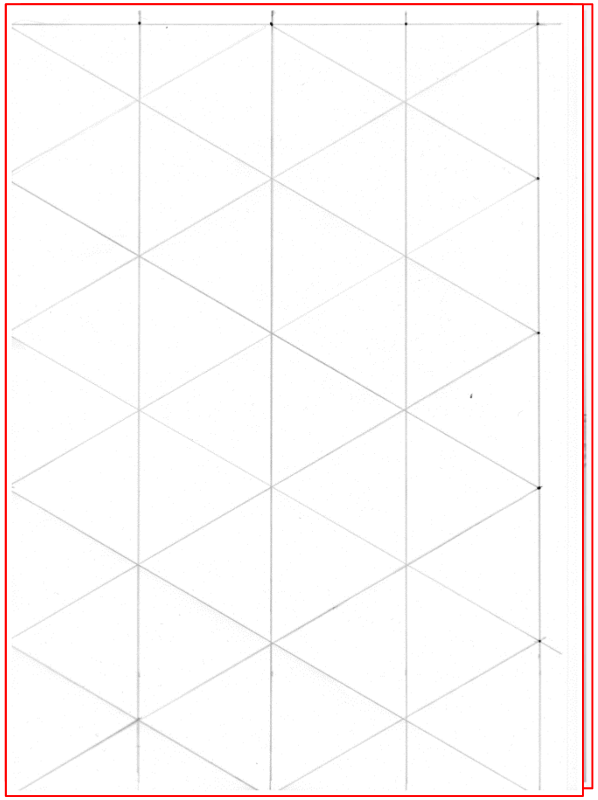
u*n foglio A4 si possono disegnare quattro strisce 30x5 cm*

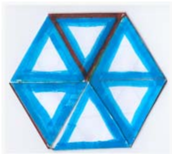
LA GRIGLIA TRIANGOLARE

Costruzione:

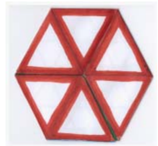
- si traccia il primo lato inclinato di 60°

• utilizzando opportunamente la squadra si completa facilmente la griglia



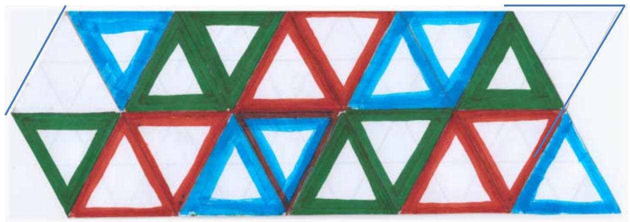


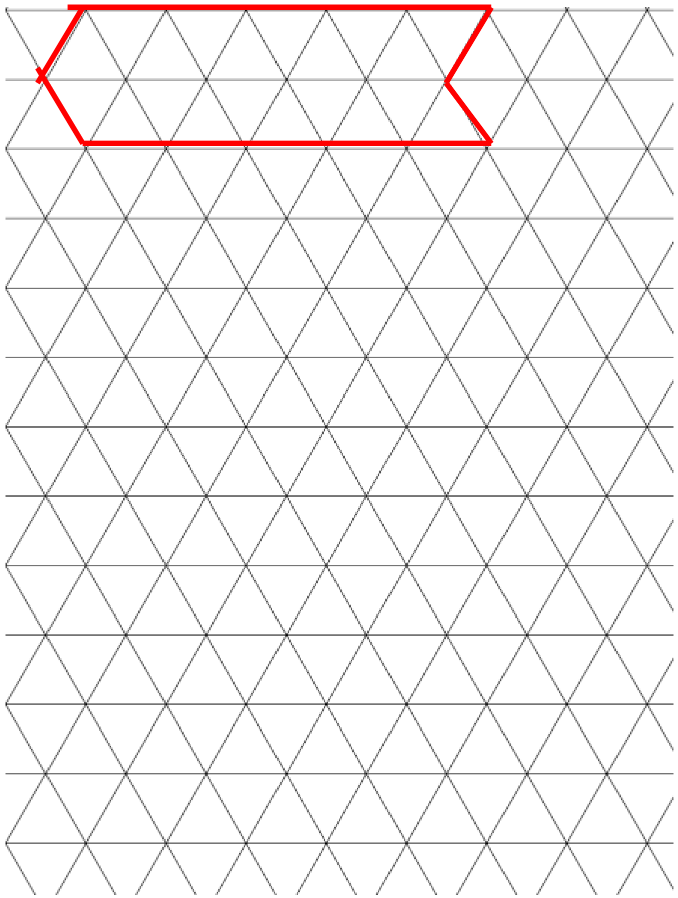
Costruiamo un esaflexagono

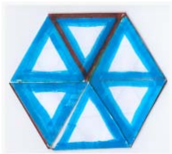


Si ritaglia una (o più) striscia alta come due triangoli e della lunghezza complessiva di 10 triangoli,

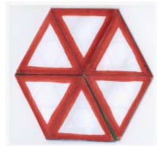
e si colorano 18 triangolini come in figura



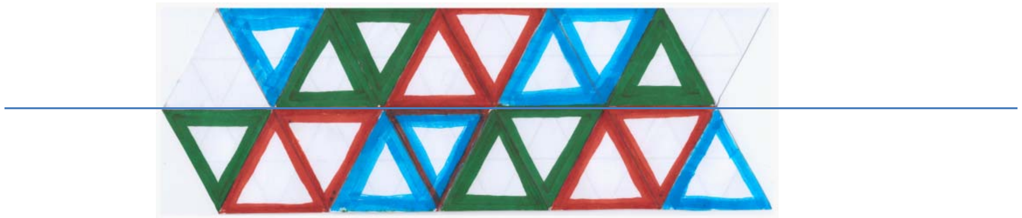




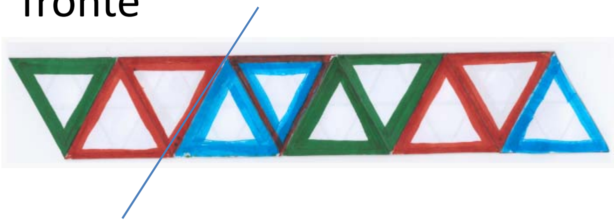
Costruiamo un esaflexagono



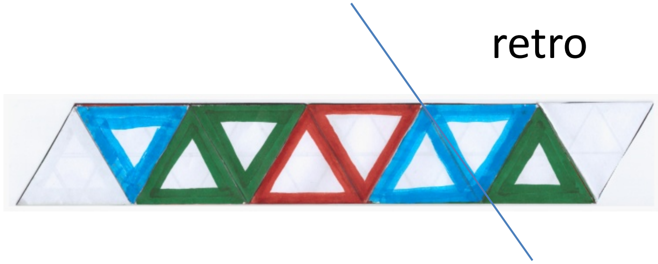
Si piega la doppia striscia lungo la linea mediana e si incollano tra loro le due facce non colorate



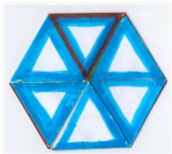
fronte



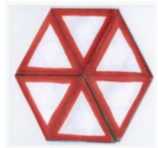
retro

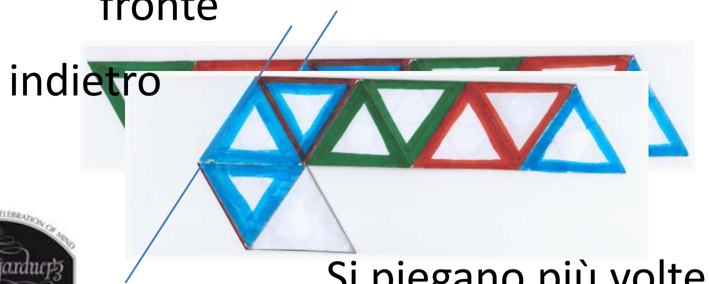


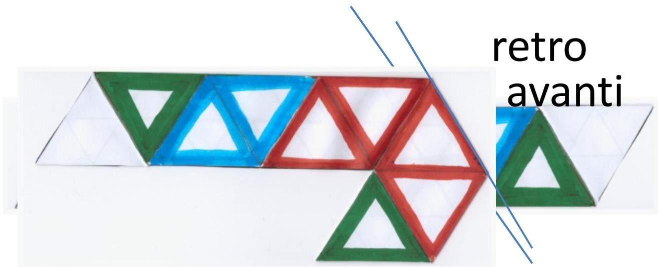
Si piegano più volte tutti i bordi dei triangolini, poi si piegano lungo la linea indicata.



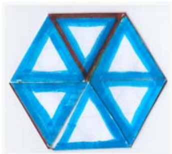
Costruiamo un esaflexagono



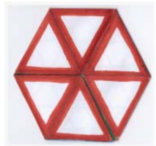




Si piegano più volte tutti i bordi dei triangolini,
poi si piega lungo le linea indicata.

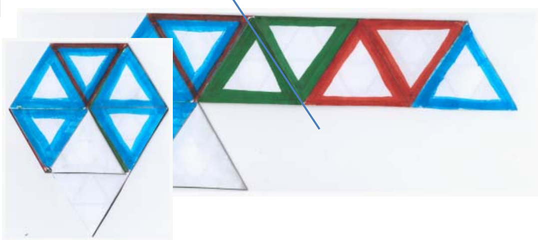


Costruiamo un esaflexagono

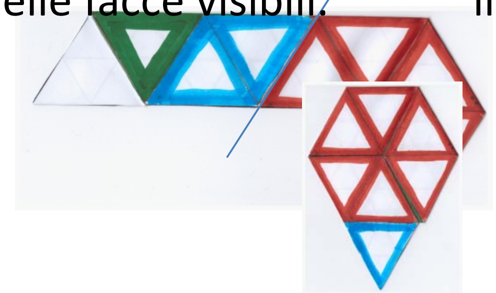


facendo attenzione ai colori delle facce visibili.

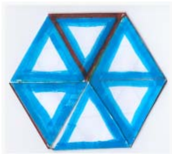
avanti

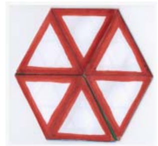


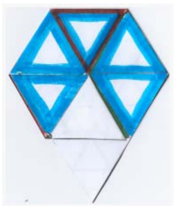
indietro

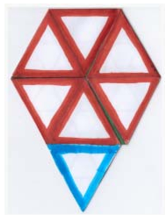


Costruiamo un esaflexagono

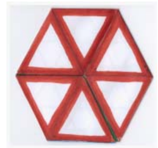




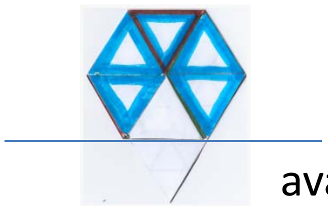




Costruiamo un esaflexagono

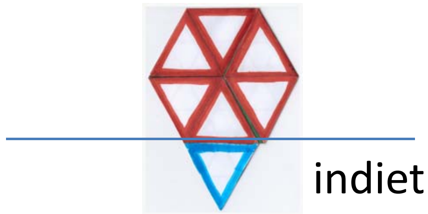


Con una ultima piega si ottiene il triesaflexano



avanti

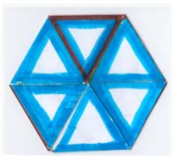
fronte

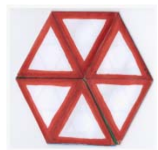


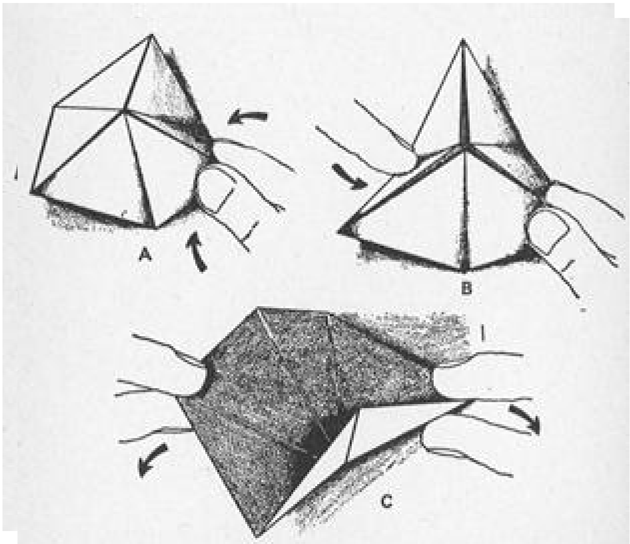
indietro

retro

Dopo avere incollato le due facce non colorate si può cominciare a flexare.



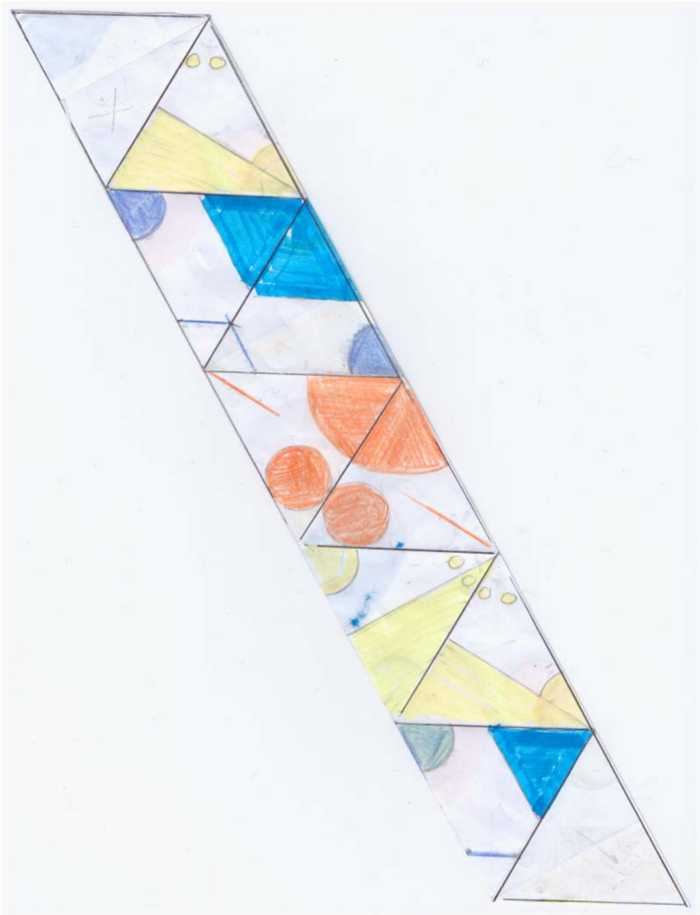


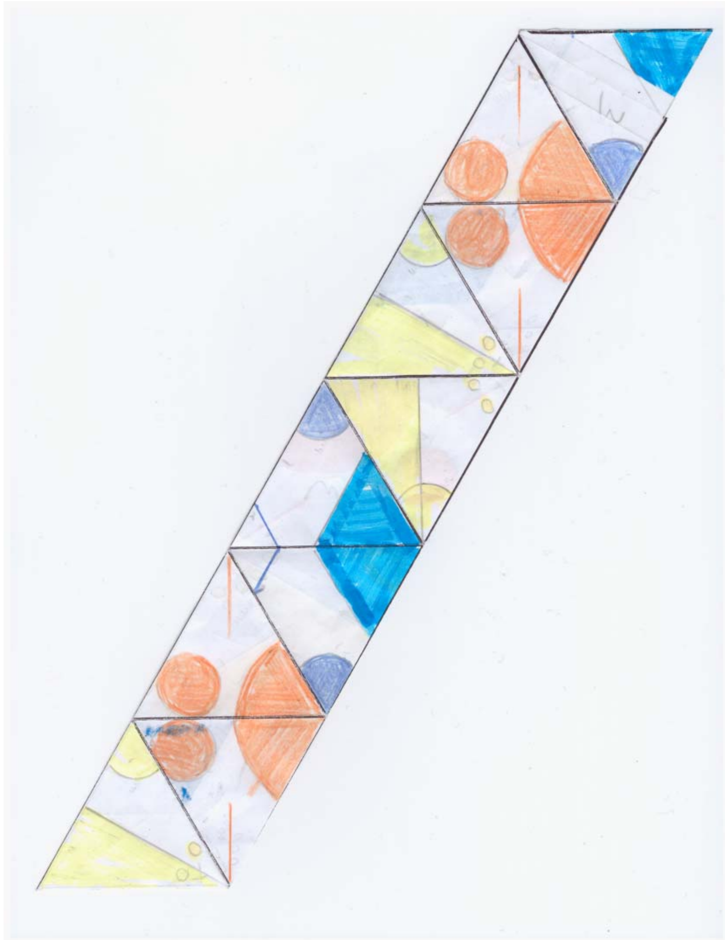


La figura indica come procedere per rendere visibile la faccia dell'altro colore.

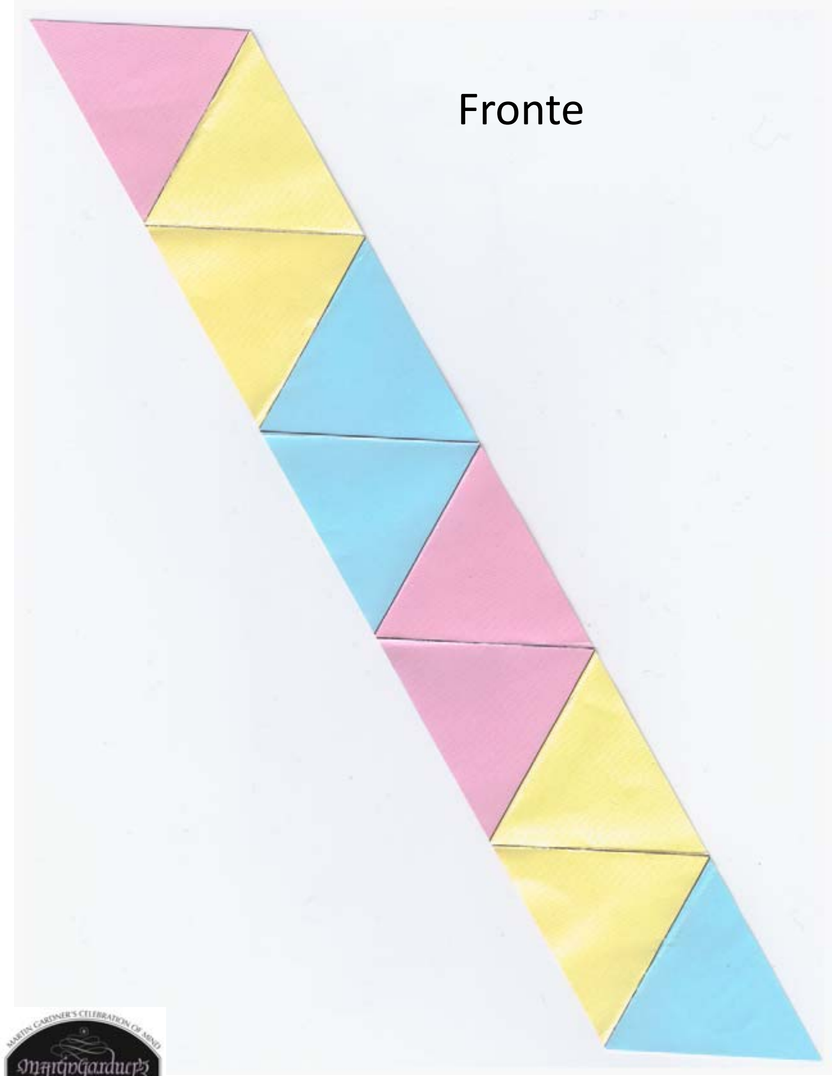
Con il solo colore della faccia non è evidente la rotazione dell'orientamento dei singoli triangoli.

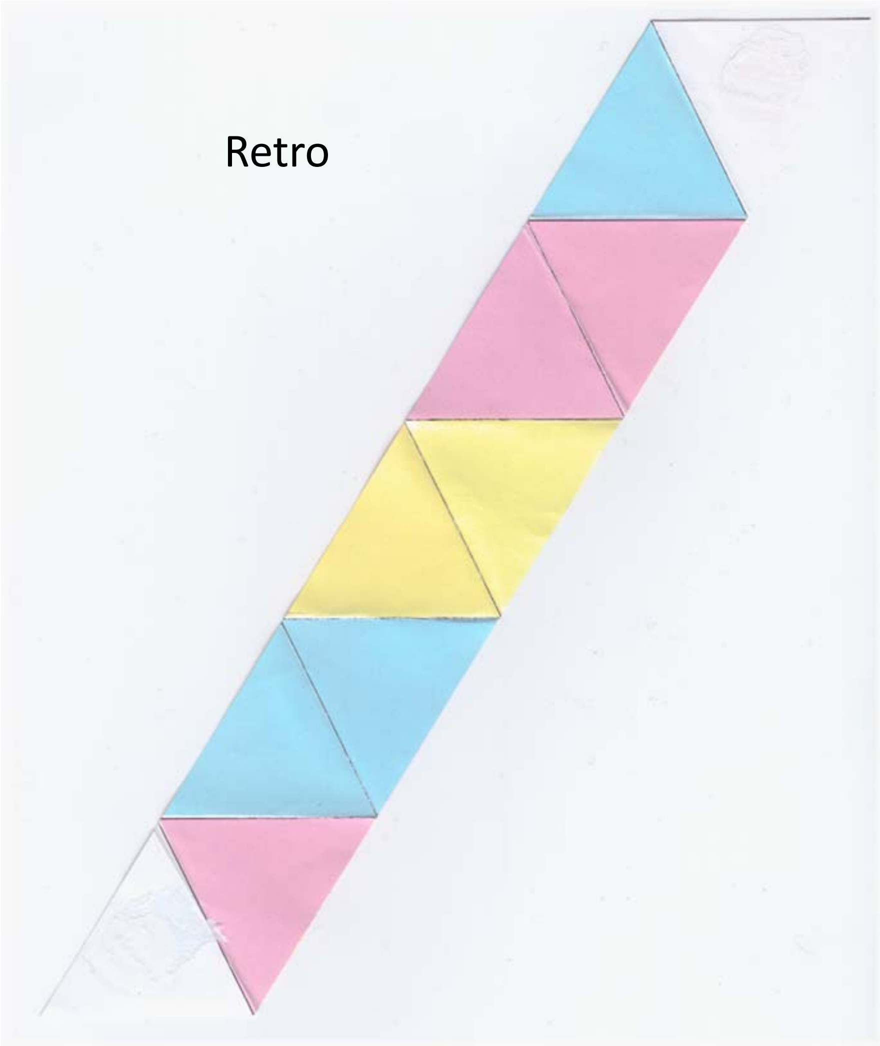
Su una faccia si può scrivere un nome, ad esempio: "MARTIN" (una lettera su ogni triangolino) e poi cominciare a flexare, tenendo d'occhio entrambe le facce.



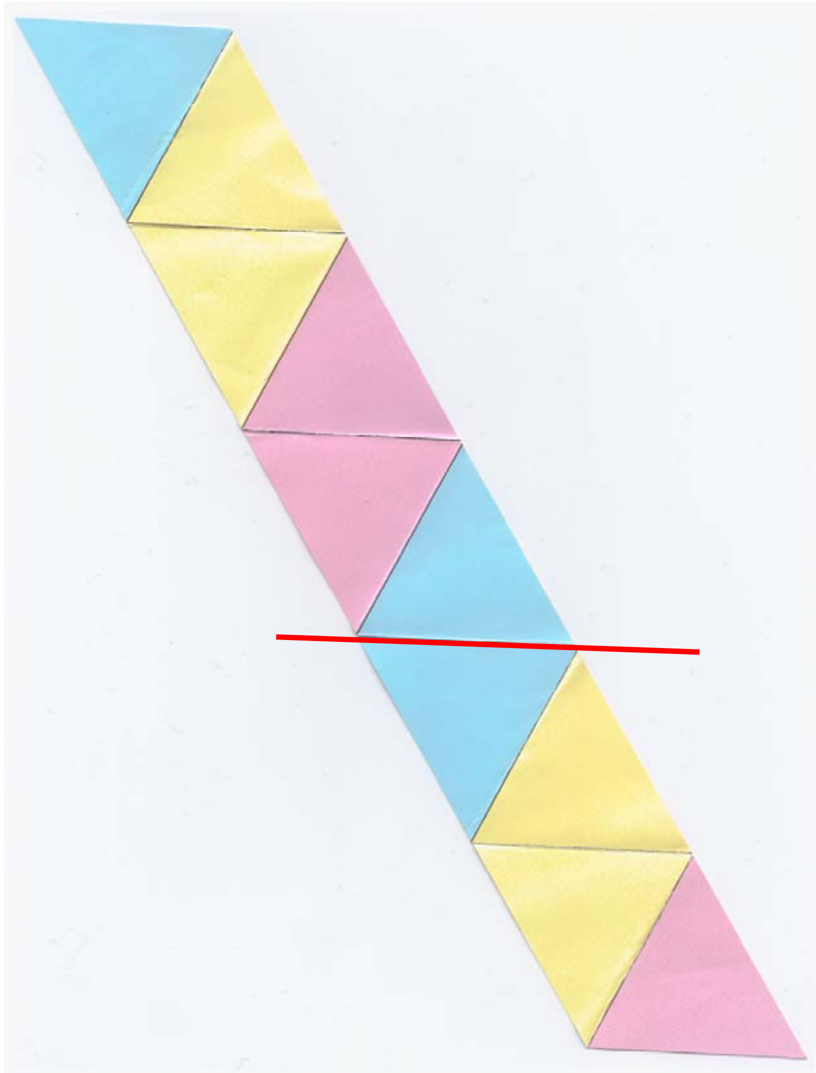


Costruzione del triesaflexagono

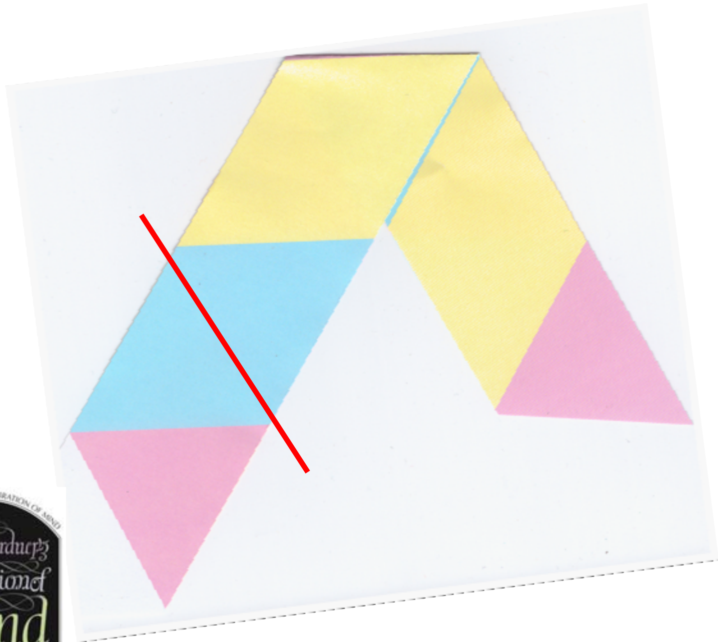


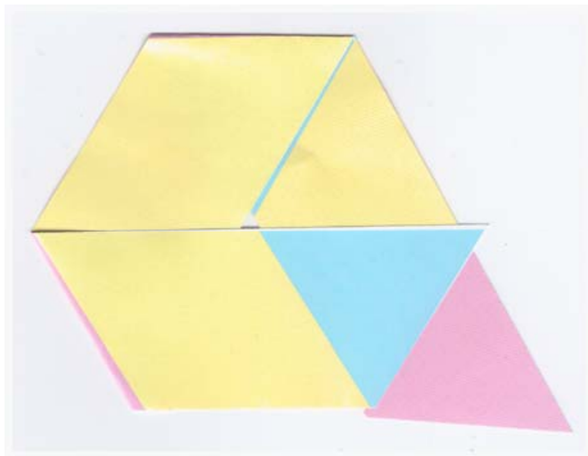


Costruzione del triesaflexagono

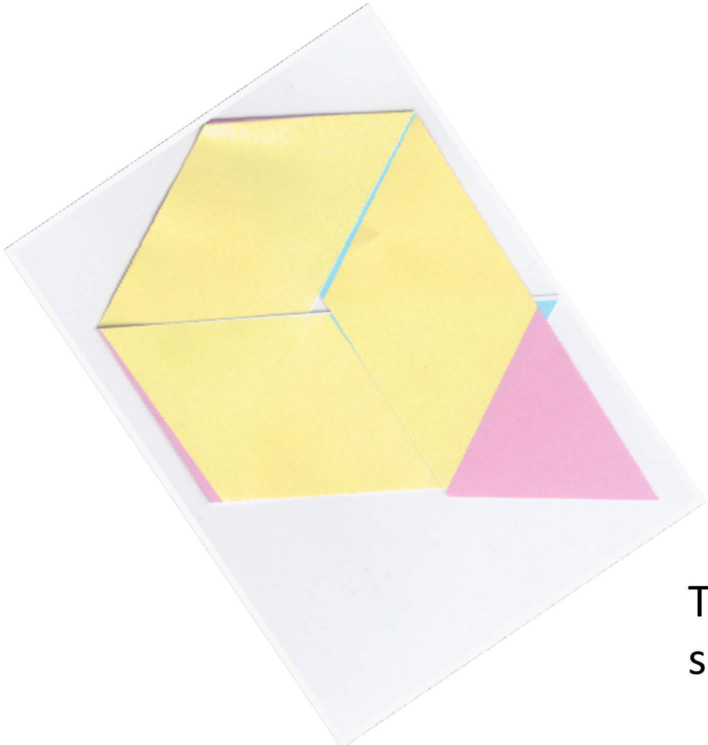


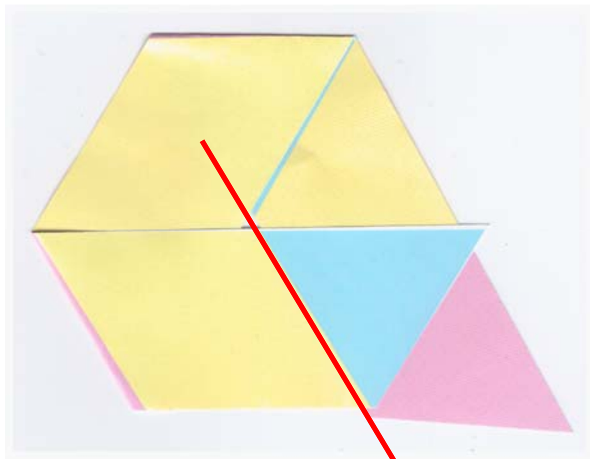
Costruzione del triesaflexagono



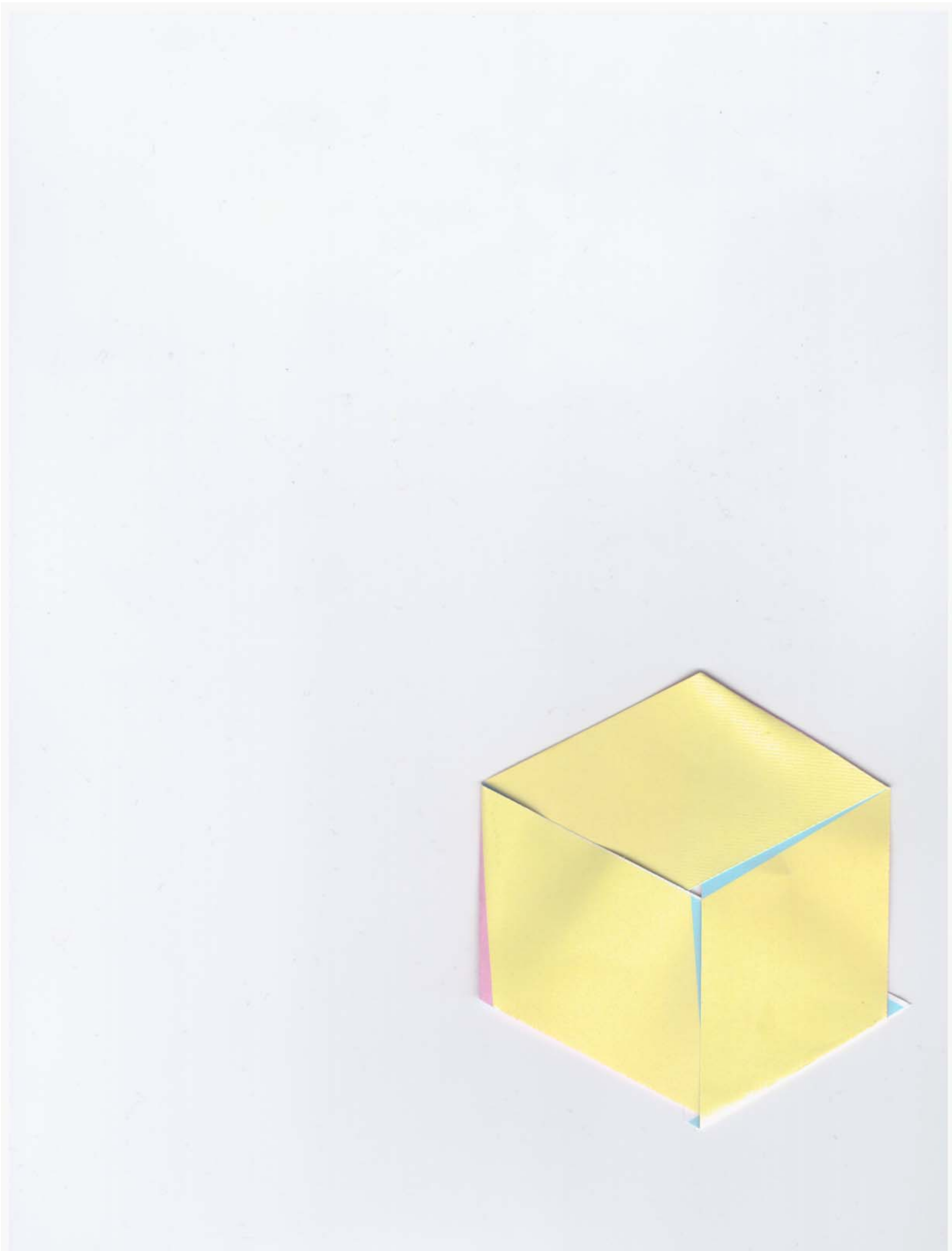


Costruzione del triesaflexagono





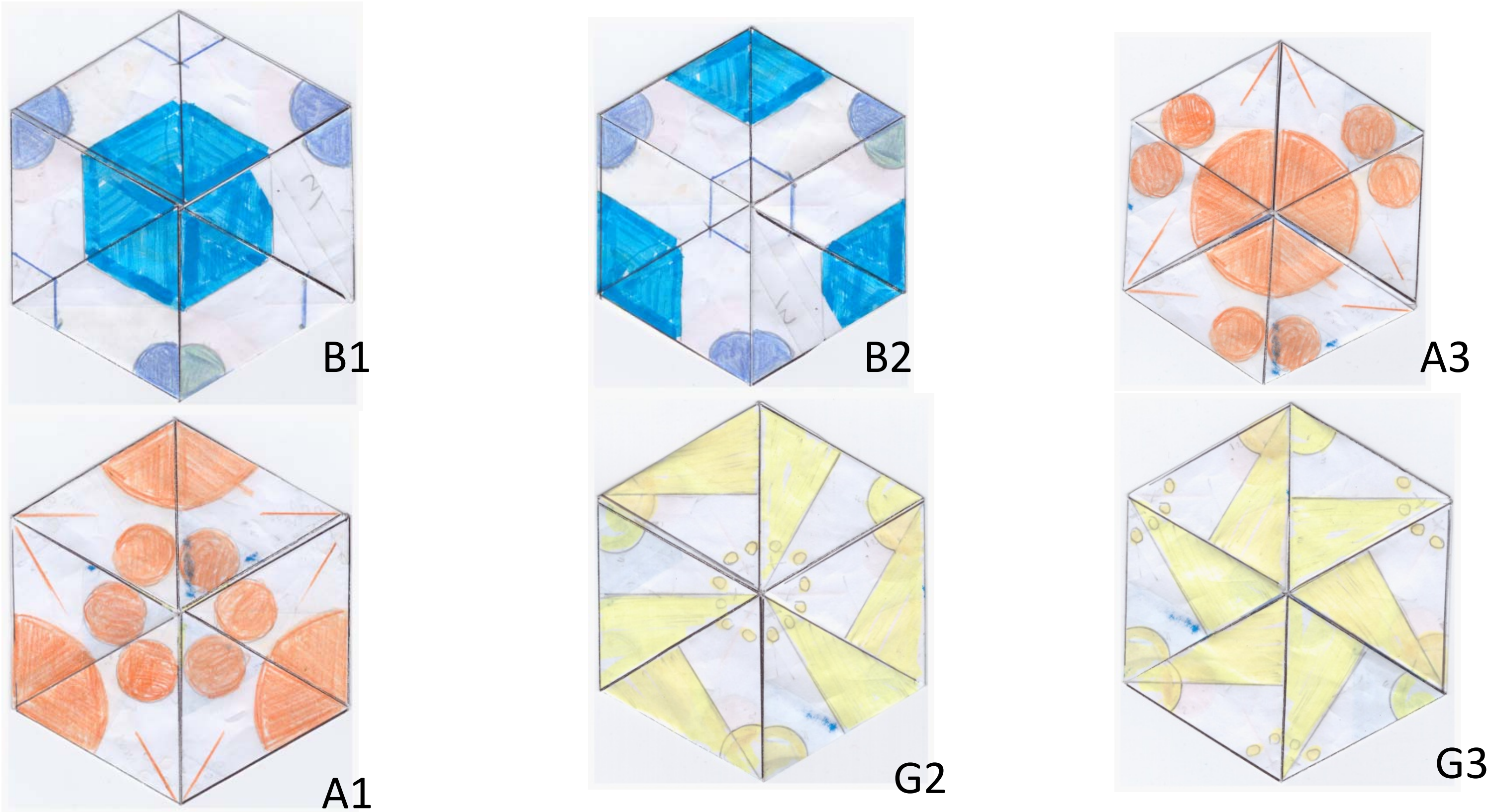
Triangolo azzurro
sotto al giallo



MARTIN GARDNER'S CELEBRATION OF MIND

martin gardner's celebration of mind

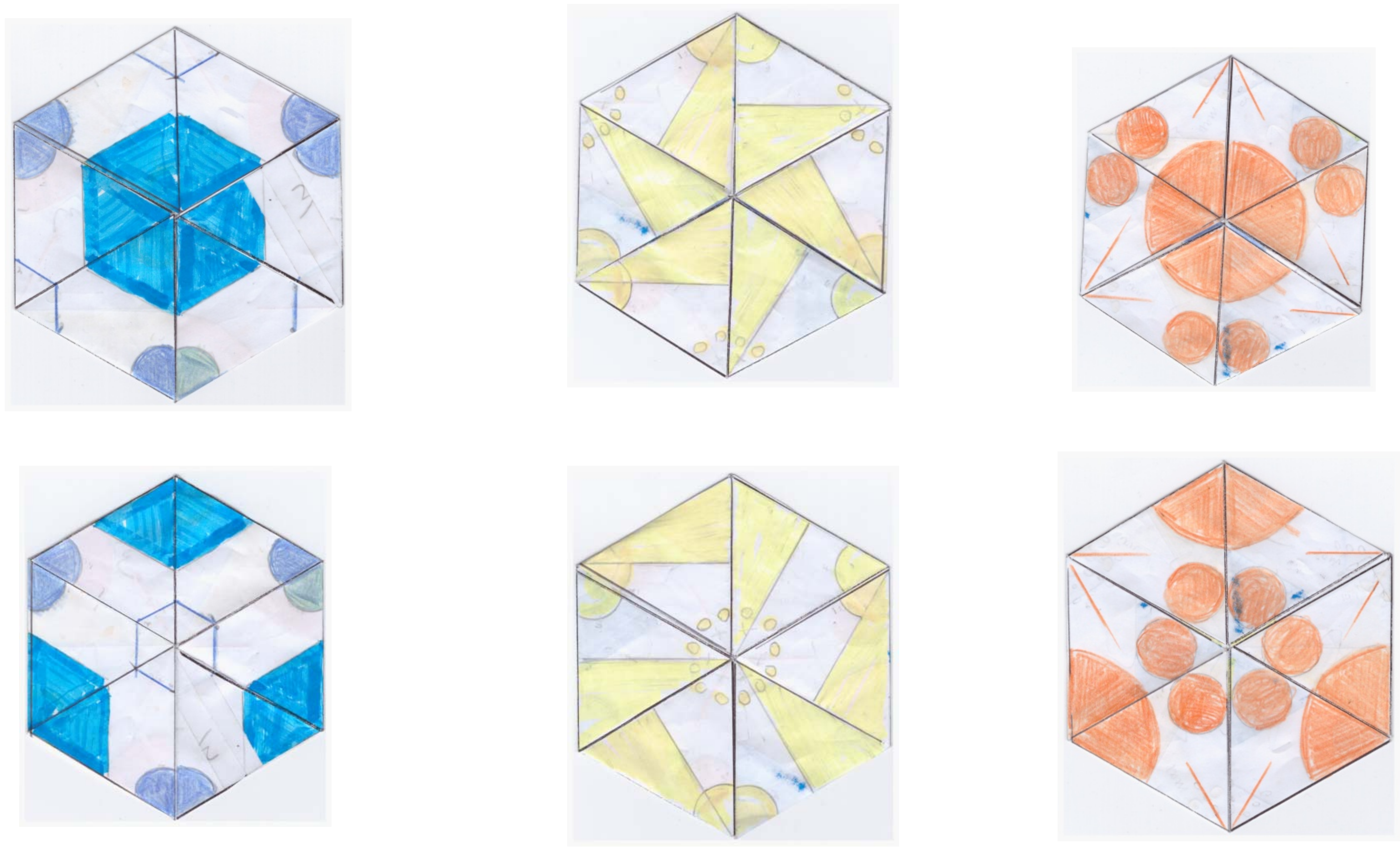
PUZZLES, PREMONITIONS & IMPROBABILITIES



La faccia BLU può assumere solo due configurazioni: B1 e B2

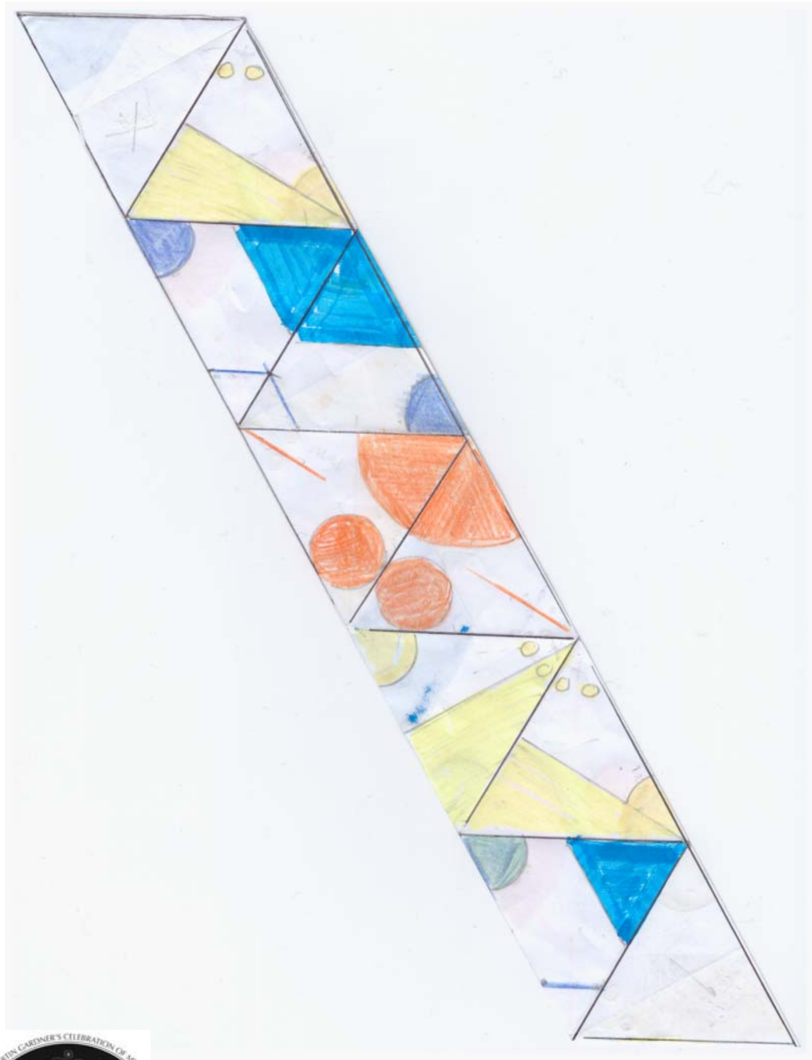
La faccia ARANCIO può assumere solo due configurazioni: A1 e A3

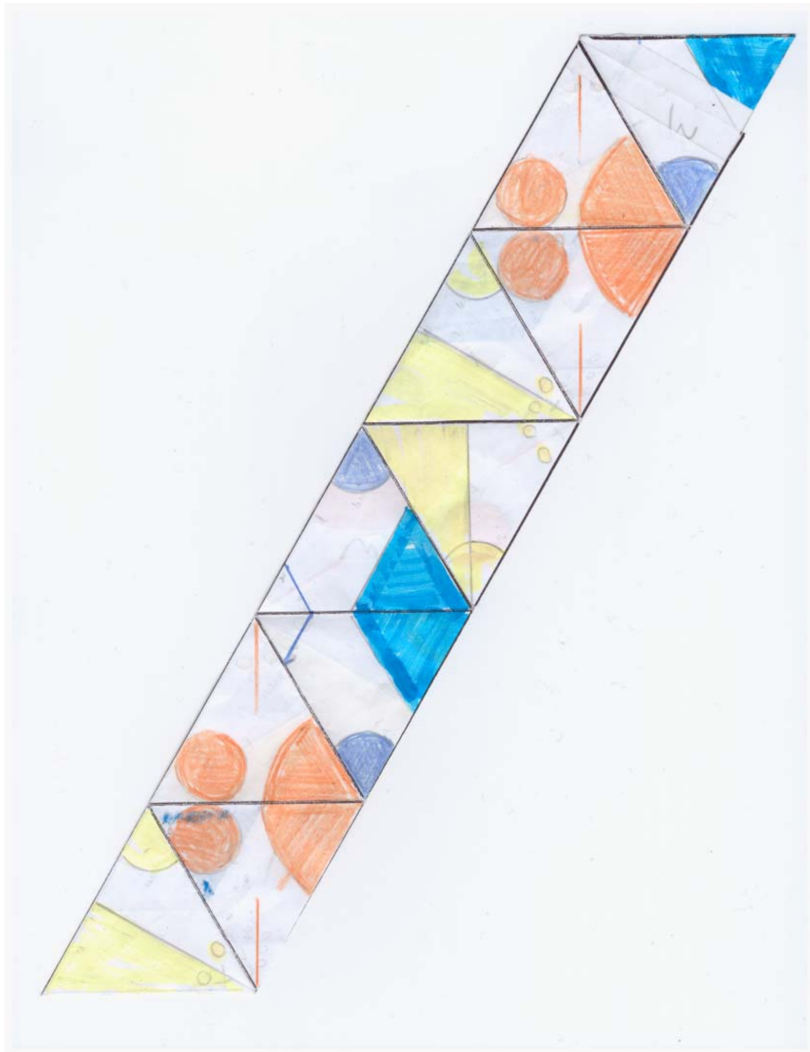
La faccia GIALLO può assumere solo due configurazioni: G2 e G3



Quale “rotazione” non compare?

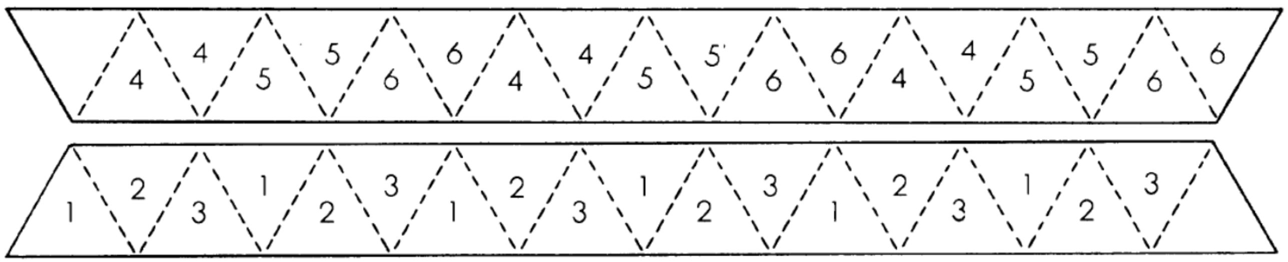
Potevo prevederlo osservando la striscia prima di piegarla e incollarla?



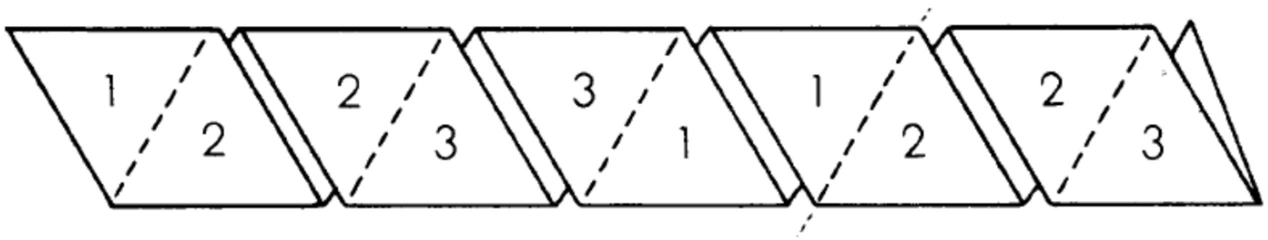


ESAESAFLREXAGONO

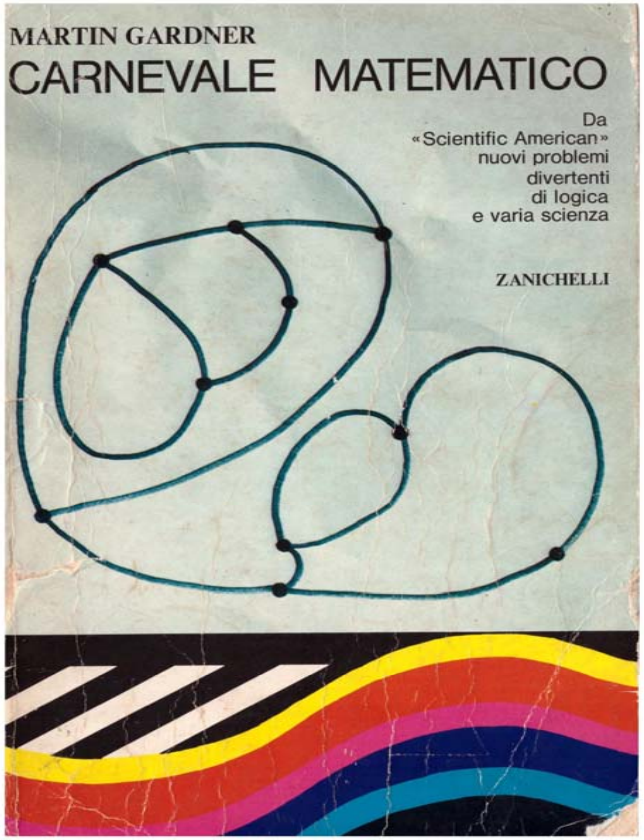
La striscia è pronta per la costruzione di un esaesaflexagono



Si piega come in figura



E si procede come per il triesaflexagono



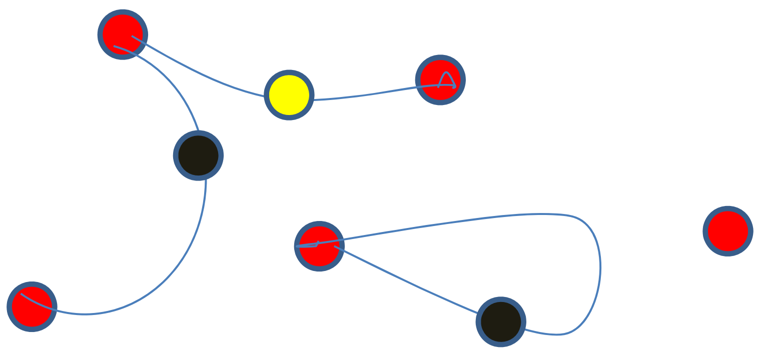
GERMOGLI

Un gioco “carta e penna”

Si gioco in due,
ma può essere sviluppato
come un solitario.

GERMOGLI

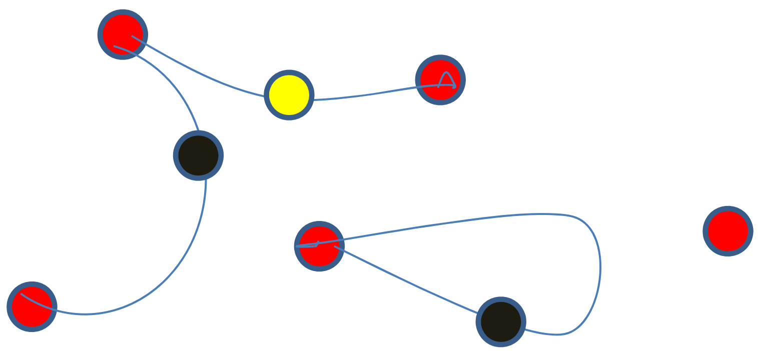
Disegnamo alcuni punti su un foglio



A turno i due giocatori uniscono con un tratto due punti e sull'arco aggiungono un nuovo punto

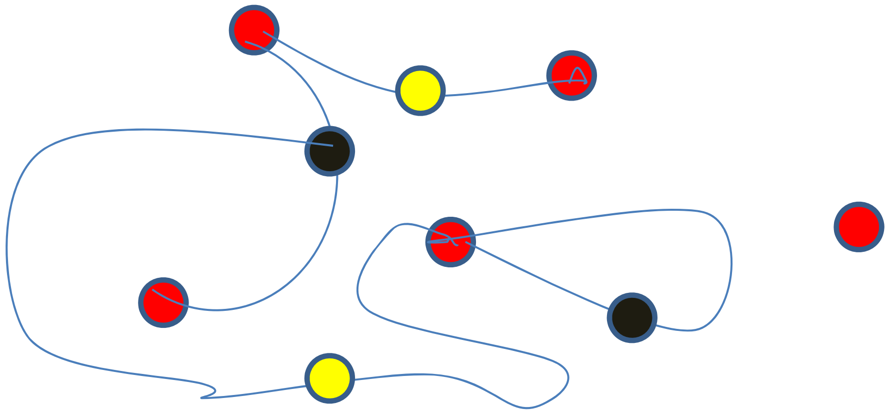
GERMOGLI

Ogni punto ha 3 "vite": ad ogni punto possono partire/arrivare al massimo tre archi



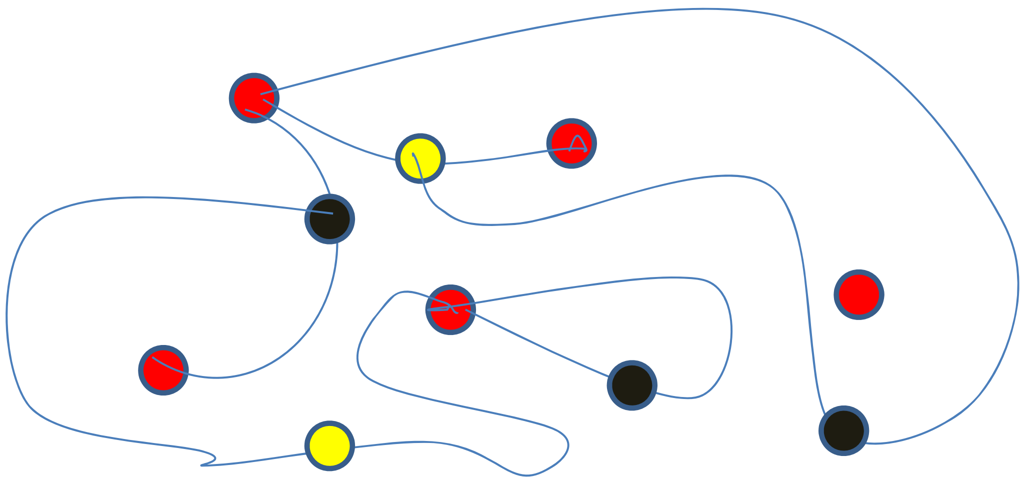
GERMOGLI

Ogni nuovo tratto non può attraversare un tratto precedente



GERMOGLI

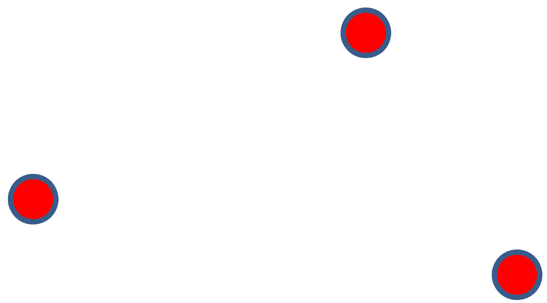
Vince il giocatore che fa l'ultima mossa.



… e il gioco può proseguire.

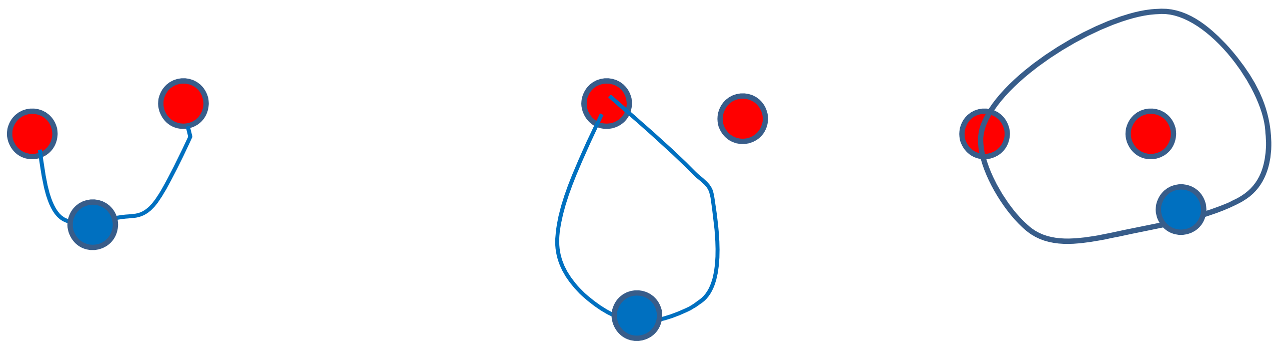
GERMOGLI

Tre punti sono più che sufficienti per rendere interessante il gioco e farlo “germogliare”



GERMOGLI

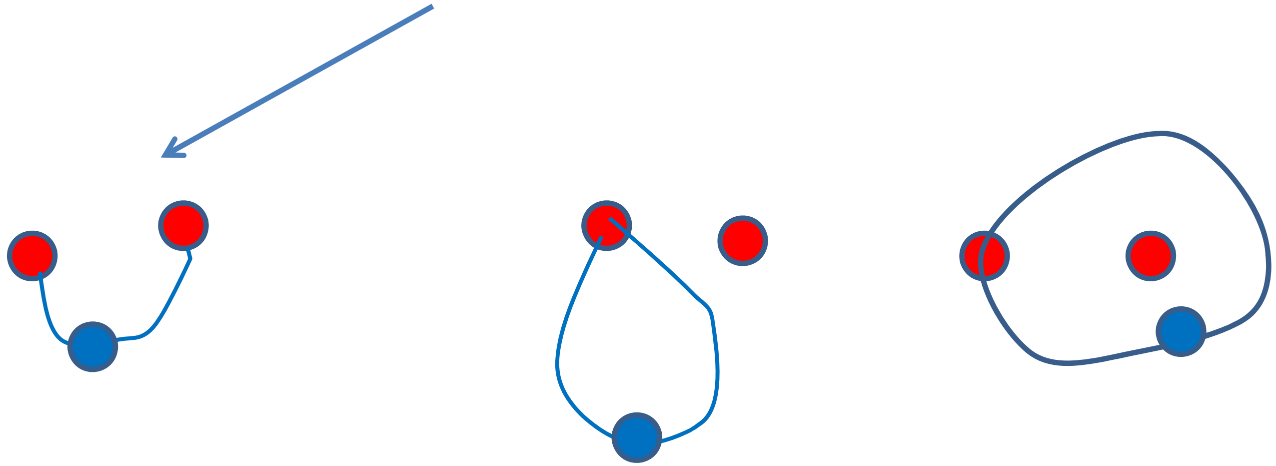
Due punti iniziali sono sufficienti per convincerci che il gioco non è banale!



Quante saranno le diverse possibili seconde mosse?

GERMOGLI

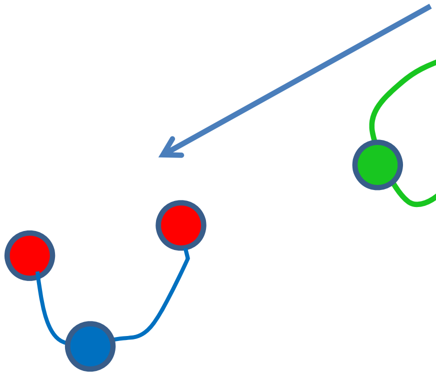
Consideriamo solo la prima delle tre variabili

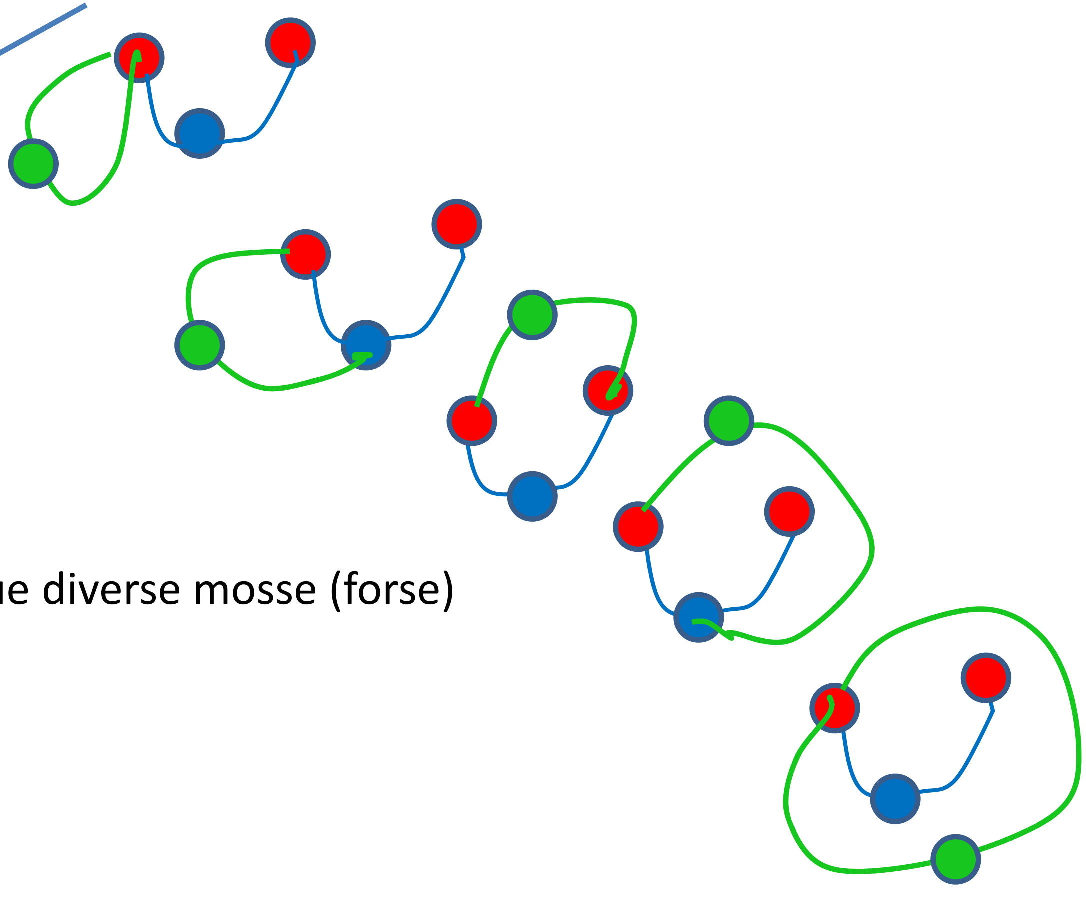


Quante saranno le diverse possibili seconde mosse?

GERMOGLI

Consideriamo solo la prima delle tre





Cinque diverse mosse (forse)

GERMOGLI

Due punti iniziali sono sufficienti per convincerci che il gioco non è banale!

Fate una partita (veloce) con un vostro vicino

Dopo quante mosse è finita la vostra partita?

Il numero di mosse è una invariante del gioco?

Esiste una strategia vincente?

GERMOGLI

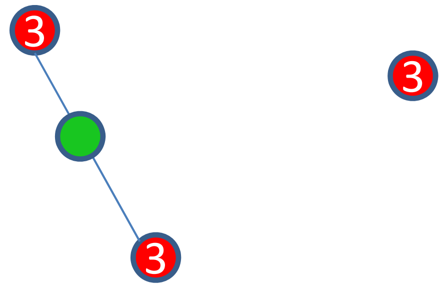
Dopo quante mosse è finita la vostra partita?

Esiste una numero massimo di mosse?

Esiste una numero minimo di mosse?

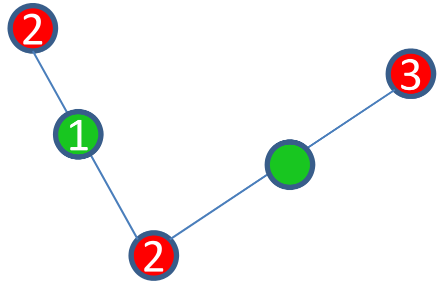
… e con n punti iniziali?

GERMOGLI



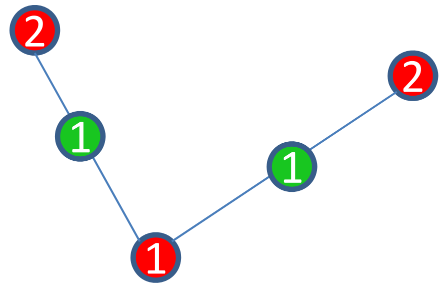
Numero di mosse	Numero di vite a disposizione
0	9

GERMOGLI



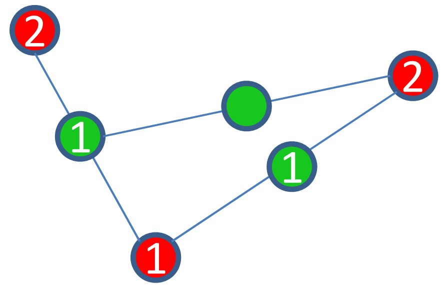
Numero di mosse	**Numero di vite a disposizione**
0	9
1	8

GERMOGLI



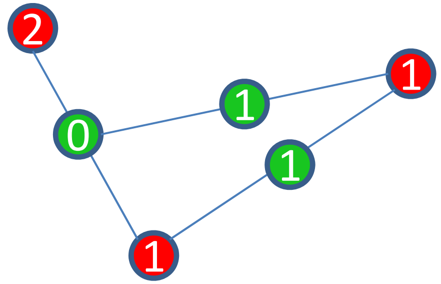
Numero di mosse	**Numero di vite a disposizione**
0	9
1	8
2	7

GERMOGLI



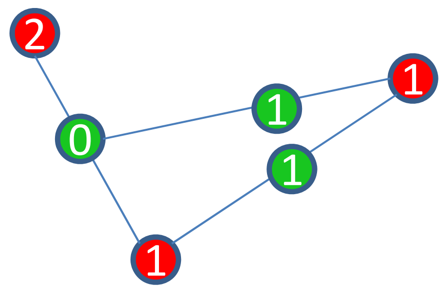
Numero di mosse	Numero di vite a disposizione
0	9
1	8
2	7

GERMOGLI



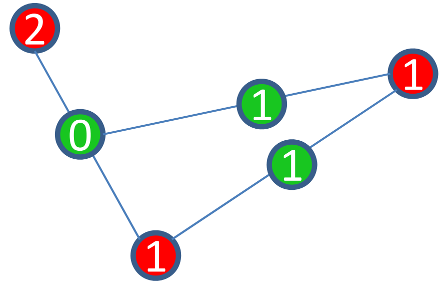
Numero di mosse	Numero di vite a disposizione
0	9
1	8
2	7
3	6

GERMOGLI



Numero di mosse	Numero di vite a disposizione
0	9
1	8
2	7
3	6
…..	…..

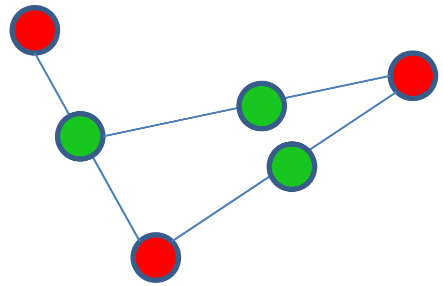
GERMOGLI



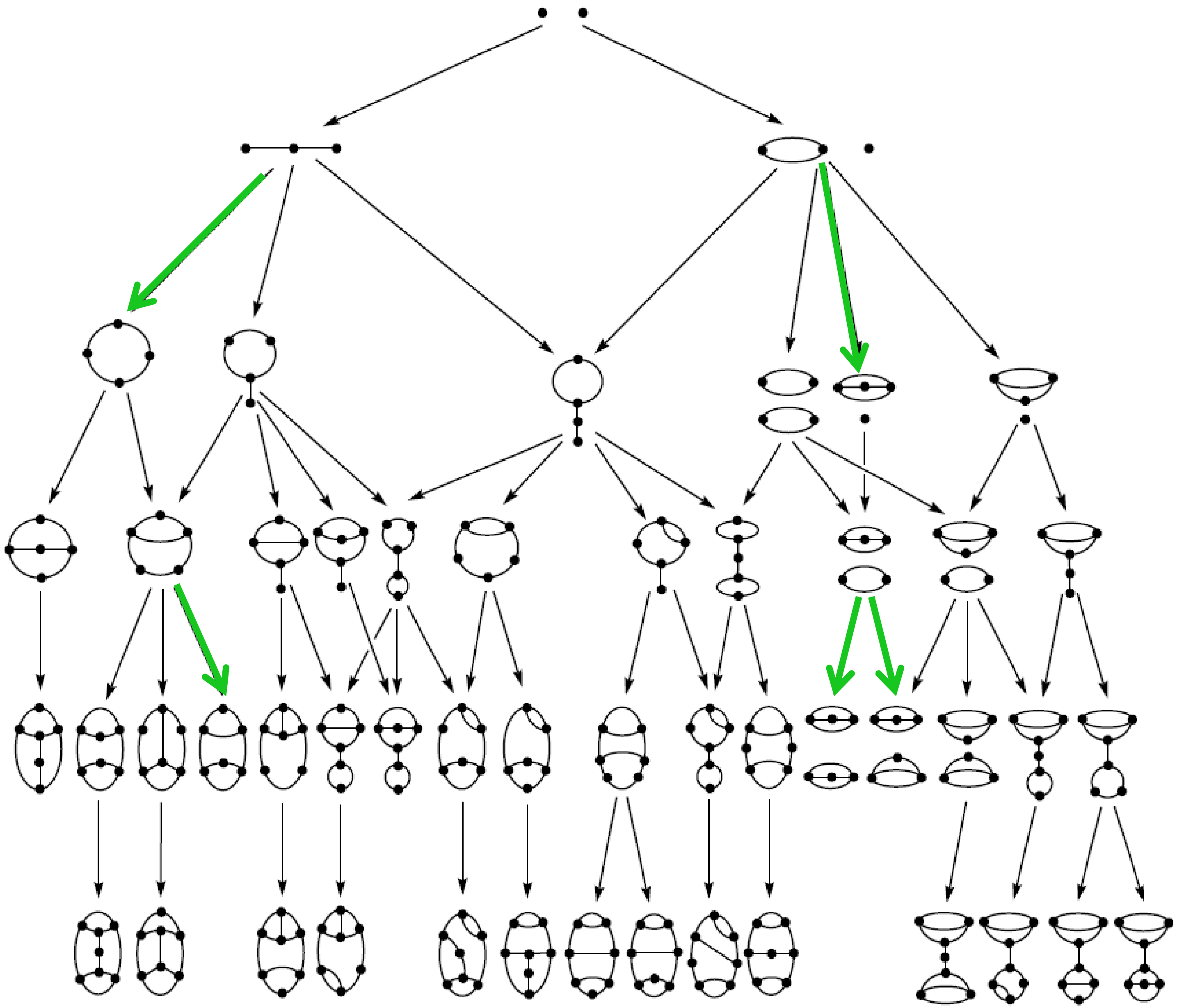
Numero di mosse	Numero di vite a disposizione
0	9
1	8
2	7
3	6
…..	…..

Mosse + vite
9
9
9
9
9

GERMOGLI

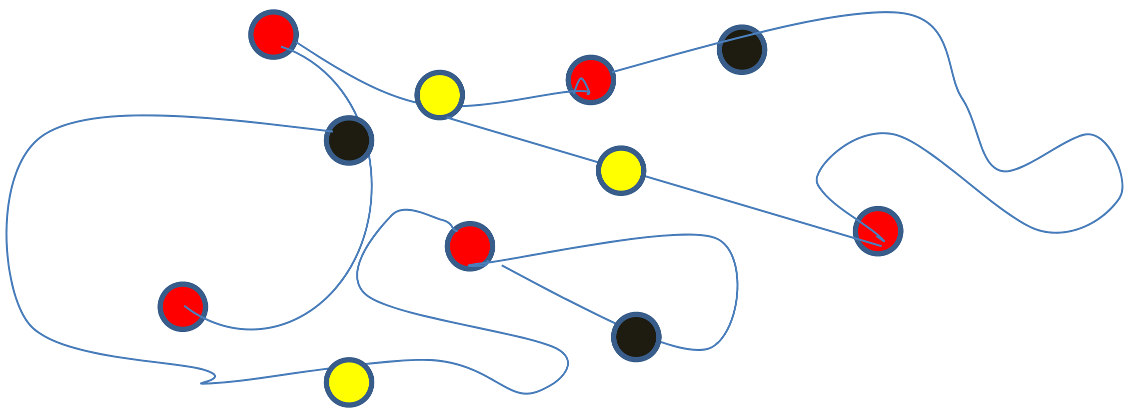


Numero di punti iniziali	Numero minimo di mosse	Numero massimo di mosse
2	4	5
3	6	8
n	2n	3n-1



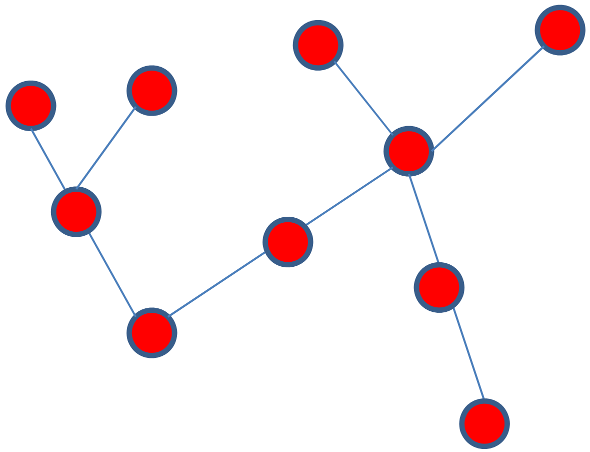
GRAFI CONNESSI, ALBERI E FORESTE

Un “grafo connesso” è un insieme di punti (vertici) uniti da segmenti (spigoli o lati) in modo che sia sempre possibile trovare un cammino per passare da uno all’altro.



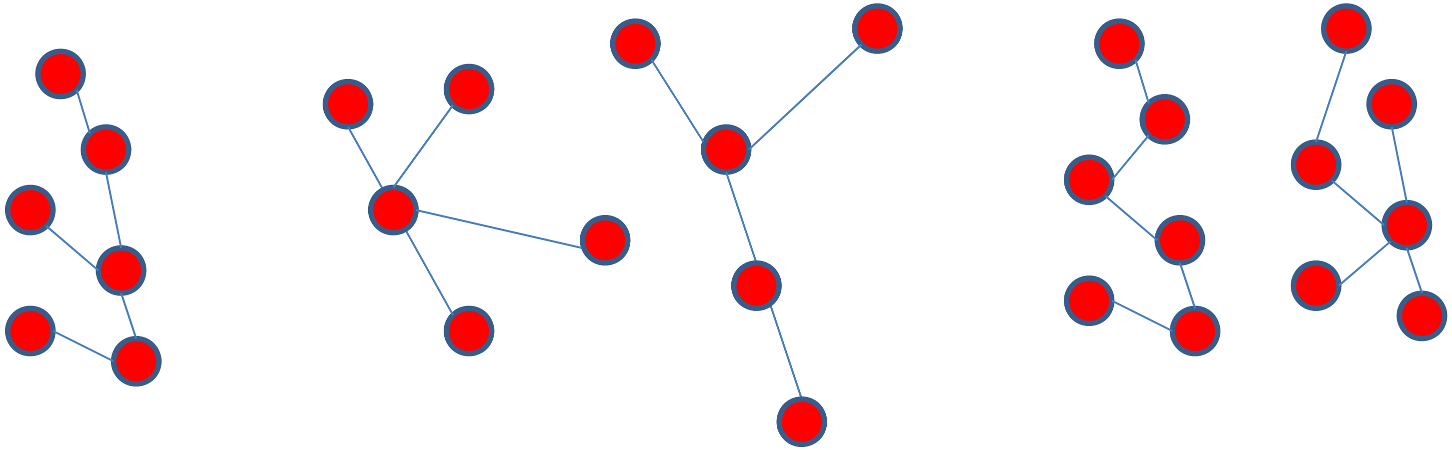
GRAFI CONNESSI, ALBERI E FORESTE

Un “albero” è un grafo connesso che non possiede circuiti



GRAFI CONNESSI, ALBERI E FORESTE

Una “foresta” è composta da più alberi



GRAFI CONNESSI, ALBERI E FORESTE

Una foresta con alberi tutti topologicamente diversi tra loro.

1 albero di 2 punti

1 albero di 3 punti

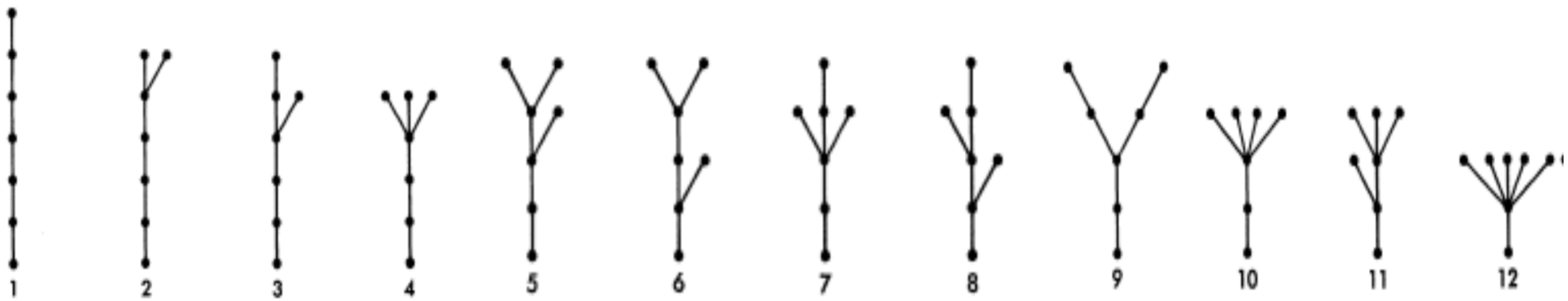
2 alberi di 4 punti

3 alberi di 5 punti

6 alberi di 6 punti

GRAFI CONNESSI, ALBERI E FORESTE

Con 7 punti si può disegnare una foresta con 11 alberi topologicamente diversi.



Nella figura ne sono rappresentati dodici.
Quali sono i due alberi "gemelli"?

FATTORIALE!

$n! = n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdot \ldots\ldots \cdot 3\cdot 2\cdot 1$
$0!=1$ per convenzione

Storia.
○ simbolo : matematico francese Christian Kramp, nel 1808
○ nome: “fattoriale” (prima “facoltà”): matematico francese Antoine Arbogast, nel 1800.
○ Negli Elementi di Euclide la dimostrazione che i numeri primi sono infiniti utilizza il fattoriale (considerata la prima dimostrazione di teoria dei numeri).

FATTORIALE

$n! = n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdot \ldots\ldots\cdot 3\cdot 2\cdot 1$

$0!=1$ per convenzione

0! = 1

1! = 1

2! = 2 = 2x1

3! = 6 = 3x2x1

4! = 24 = 4x3x2x1

5! = 120 = 5x4x3x2x1

6! = 720 = 6x5x4x3x2x1

7! = 5 040

8! = 40 320

9! = 362 880

10! = 3 628 800

11 ! = 39 916 800

12 ! = 479 001 600

13 ! = 6 227 020 800

14 ! = 87 178 291 200

15 ! = 1 307 674 368 000

16 ! = 20 922 789 888 000

17 ! = 355 687 428 096 000

18 ! = 6 402 373 705 728 000

19 ! = 121 645 100 408 832 000

20 ! = 2 432 902 008 176 640 000

FATTORIALE

Il numero 105! può essere scritto “ad albero di Natale”

1
081
39675
8240290
900504101
30580032964
9720646107774
902579144176636
57322653190990515
3326984536526808240
339776398934872029657
99387290781343681609728
0000000000000000000000000

FATTORIALE

Fattoriale	Numero di cifre
7	4
12	9
18	16
32	36
59	81
81	121
105	169
132	225
228	441
265	529
304	625
367	784
389	841
435	961
483	1089
508	1156
697	1681
726	1764
944	2401

7! = 5 040
8! = 40 320
9! = 362 880
10! = 3 628 800
11 ! = 39 916 800
12 ! = 479 001 600
13 ! = 6 227 020 800
14 ! = 87 178 291 200
15 ! = 1 307 674 368 000
16 ! = 20 922 789 888 000
17 ! = 355 687 428 096 000
18 ! = 6 402 373 705 728 000
19 ! = 121 645 100 408 832 000
20 ! = 2 432 902 008 176 640 000

FATTORIALE

7 ! = 5 040

7! è un numero di 4 cifre
allora posso scriverlo
"ad albero di Natale"

5
040

12 ! = 479 001 600

12! è un numero di 9 cifre
allora posso scriverlo
"ad albero di Natale"

4
790
01600

FATTORIALE

15 ! = 1 307 674 368 000

15! è un numero di 13 cifre (9+4)
allora posso scriverlo
"a forma di rombo"

1

3 0 7

6 7 4 3 6

8 0 0

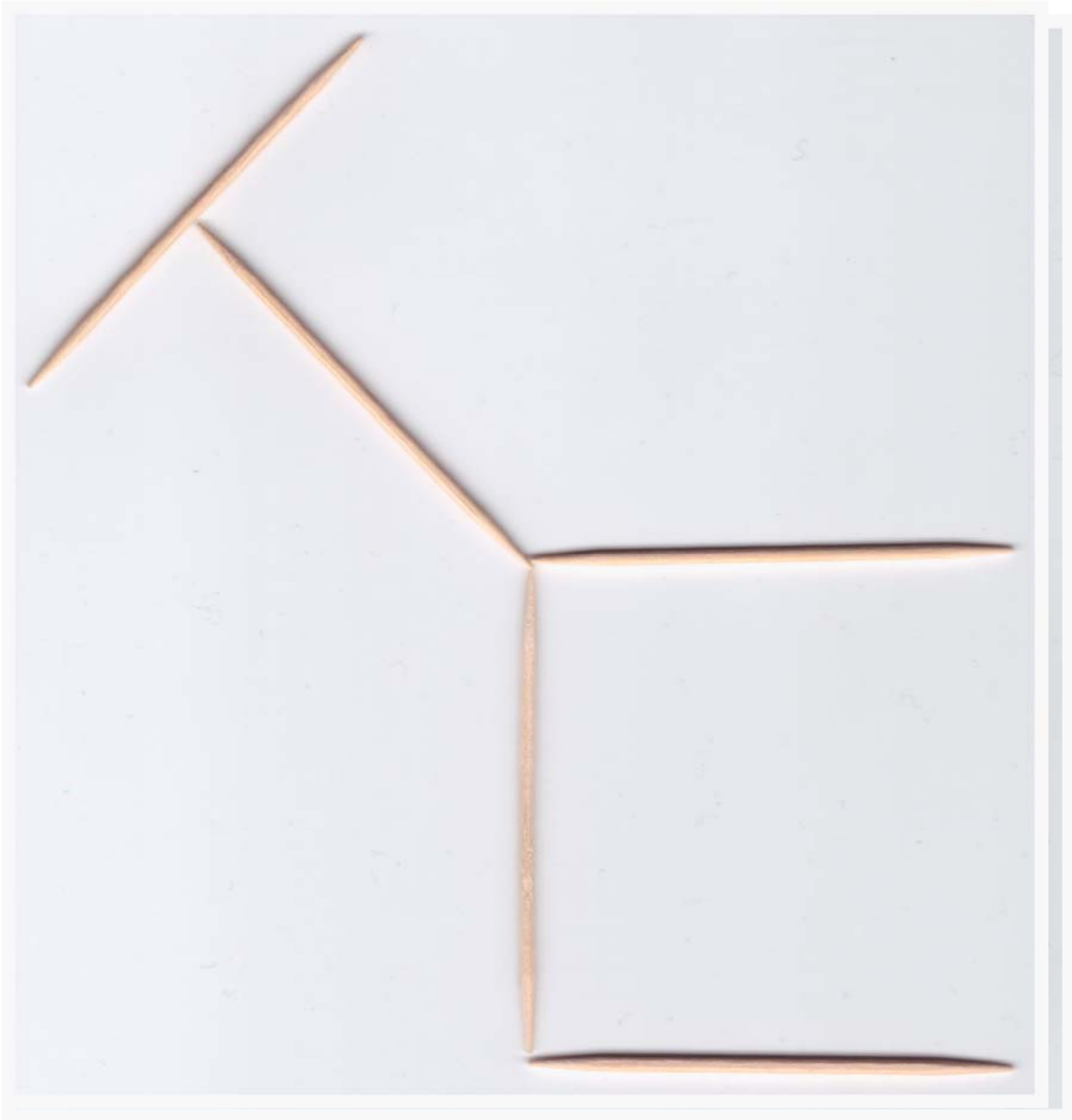
0

FATTORIALE

35! è un numero di 41 cifre (25+16)
allora posso scriverlo
“a forma di rombo”

1
0 3 3
3 1 4 7 9
6 6 3 8 6 1 4
4 9 2 9 . 6 6 6 5
1 3 3 7 5 2 3
2 . 0 0 0
0 0 0
0

Nella figura due cifre due cifre sono state sostituite con un punto,
che cifre sono?



link

- 1. Flexagoni
  - il portale dei Flexagoni: http://www.flexagon.net/
  - Flexagon Party: http://www.puzzles.com/hexaflexagon/
- 2. Sprouts
  - Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Sprouts_(game)
  - Glop: http://sprouts.tuxfamily.org/wiki/doku.php
- 3. Alberi
  - Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Tree_(graph_theory)
  - Wolfram MathWorld: http://mathworld.wolfram.com/Tree.html
  - OEIS (The OnLine Encyclopedia of Integer Sequences): http://oeis.org/ A000088/
- 4. Fattoriale
  - Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Factorial
  - Wolfram MathWorld: http://mathworld.wolfram.com/Factorial.html
  - OEIS (The OnLine Encyclopedia of Integer Sequences): http://oeis.org/ A000142/

MARTIN GARDNER'S CELEBRATION OF MIND

Martin Gardner's
Celebration of
Mind

PUZZLES, PREMONITIONS & IMPROBABILITIES

Matematica in classe (2015)

breve biografia di Martin Gardner

- MG nasce a Tulsa, Oklahoma, il 21 ottobre 1914
- il padre gli insegna trucchi di illusionismo, presto ne inventa di propri
- [1930] a 16 anni collabora con una rivista di magia: primo articolo sulla previsione di un colore scelto dal pubblico
- [1936] primo libro: "Match-Ic", giochi e trucchi con i fiammiferi
- [1940-1948] collabora con la rivista per bambini "Humpty Dumpty's Magazine"
- [1950] inizia il suo impegno contro il paranormale
- [1952] si sposa e ha due figli, fa il redattore
- [1956] la svolta: ad un incontro di maghi gli viene mostrato un esaflexagono; scrive un articolo e lo vende a Scientific American
- [1956] l'editore propone una rubrica regolare
- [1956-1986] rubrica "*Mathematical Games*"
- scrive oltre 100 libri
- il più grande esperto di matematica ricreativa del ventesimo secolo ci lascia il 22 maggio 2010
- in suo onore un asteroide, "2587 Gardner", una stella tra le stelle
- [1993] primo Gathering for Gardner (G4G1)
- [1996] secondo Gathering for Gardner (G4G2)
- [1992+2n] n-esimo Gathering for Gardner, il prossimo nel 2016 (G4G12)

note

-1. presentazione

- consulente informatico, 51 anni, Milano
- appassionato di matematica (ri)creativa da sempre
- corsi e seminari a ragazzi delle elementari e medie
- allenatore della squadra italiana di giochi matematici

0. Martin Gardner

- biografia
  - MG nasce a Tulsa, Oklahoma, il 21 ottobre 1914
  - il padre gli insegna trucchi di illusionismo, presto ne inventa di propri
  - [1930] a 16 anni collabora con una rivista di magia: primo articolo sulla previsione di un colore scelto dal pubblico
  - [1936] primo libro: “Match-Ic”, giochi e trucchi con i fiammiferi
  - [1940-1948] collabora con la rivista per bambini “Humpty Dumpty’s Magazine”
  - [1950] inizia il suo impegno contro il paranormale
  - [1952] si sposa e ha due figli, fa il redattore
  - [1956] la svolta: ad un incontro di maghi gli viene mostrato un esaflexagono; scrive un articolo e lo vende a Scientific American
  - [1956] l’editore propone una rubrica regolare
  - [1956-1986] rubrica “*Mathematical Games*”
  - scrive oltre 100 libri
  - il più grande esperto di matematica ricreativa del ventesimo secolo ci lascia il 22 maggio 2010
  - in suo onore un asteroide, “2587 Gardner”, una stella tra le stelle
  - [1993] primo Gathering for Gardner (G4G1)
  - [1996] secondo Gathering for Gardner (G4G2)
  - [1992+2n] n-esimo Gathering for Gardner, il prossimo nel 2016 (G4G12)

1. Flexagoni (Flexagon)

- storia
  - aneddoto di Stone (1939)
    - Arthur Stone, studente inglese a Princeton
    - aveva raccoglitori ad anelli in formato inglese
    - ma i fogli americani erano più grandi
    - avanzano striscioline di carta al bordo
    - e nascono … i (tri)esaflexagoni
  - i colleghi di Stone:
    - il matematico americano Bryant Tuckerman, ideatore degli omonimi diagrammi,
    - il matematico americano John Tukey, e

        - il premio Nobel per la fisica Richard Feynman

    formarono poi il Princeton Flexagon Committee
- teoria
    - diagramma di Tuckerman
        - (tri)esaflexagono: 10 triangoli, 3 facce, ciclo di lunghezza 3
        - (esa)esaflexagono: 19 triangoli, 6 facce, ciclo di lunghezza 12
            - 3 facce compaiono 3 volte
            - 3 facce compaiono 1 volta
        - esistono (tetracontaocta)esaflexagoni: 48 facce

2. Sprout (Germogli)

- storia
    - ideato dai matematici Mark Paterson e John Horton Conway nei primi anni ‘60
- n=2 -> Bob win
    - N=4|5 -> Bob win in N=4
    - A1. 1(3)1 (o=o o) -> B1. 1(4i)3
    - A1. 1(3)2 (o-o-o) -> B1. 1(4)2 (square)
        - A2. 1(5)2 (diag) -> * (2 non connected lives)
        - A2. 1(5)3 (neigh) -> 2(6)4 (other neigh)
- n=3 -> Alice win
    - N=6|7|8 -> Alice win in N=7
    - A1. 1(4)1[3]
- congettura di Applegate, Jacobson and Sleator: win se n mod 6 = 3|4|5
    - dim per n=6: 47 pagine (Denis Mollison per scommessa)
    - verificato (Glop) per 7 <= n <= 44 e n=46(w),47(w),53(w)
- normal vs misere play

3. Alberi

- T(n) = n^(n - 2) se i vertici sono distinti (labeled) (formula di Cayley)
- T(n) = [1, 1, 1, 2, 3, 6, 11, 34, 156, 1044, 12346, 274668, 12005168, 1018997864, 165091172592, 50502031367952, 29054155657235488, 31426485969804308768, 64001015704527557894928, 245935864153532932683719776, 1787577725145611700547878190848] 1<= n <= 20
- OEIS A000088

4. Fattoriale!

- storia
    - n!: matematico francese Christian Kramp, nel 1808
    - nome “fattoriale” (prima “facoltà”): matematico francese Antoine Arbogast, nel 1800
    - negli Elementi di Euclide la dimostrazione che i numeri primi sono infiniti utilizza il fattoriale (considerata la prima dimostrazione di teoria dei numeri)
- P(n) = n!, P’(n) = (n - 1)!
- n! =~ sqrt(2 pi n) (n/e)^n (approssimazione di Stirling)
- OEIS A000142

link

- 1. Flexagoni
  - il portale dei Flexagoni: http://www.flexagon.net/
  - Flexagon Party: http://www.puzzles.com/hexaflexagon/
- 2. Sprouts
  - Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Sprouts_(game)
  - Glop: http://sprouts.tuxfamily.org/wiki/doku.php
- 3. Alberi
  - Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Tree_(graph_theory)
  - Wolfram MathWorld: http://mathworld.wolfram.com/Tree.html
  - OEIS (The On-Line Encyclopedia of Integer Sequences): http://oeis.org/A000088/
- 4. Fattoriale
  - Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Factorial
  - Wolfram MathWorld: http://mathworld.wolfram.com/Factorial.html
  - OEIS (The On-Line Encyclopedia of Integer Sequences): http://oeis.org/A000142/