

Gli studi e l'opera

Lo studio più “determinato” di Tonelli nel campo dell'Analisi reale è costituito dalle tre Note pubblicate nel '26 con il titolo: “Sulla quadratura della superficie”, che risolvono il problema dell'area di superfici scritte in forma ordinaria.

Per quanto riguarda il Calcolo delle variazioni, il caso unidimensionale era stato affrontato e risolto già prima della guerra: le Note più importanti sono del 1911 (“Sui massimi e minimi assoluti del Calcolo delle Variazioni”), del 1914 (“Sulle funzioni di linee”) e del 1915 (“Sur une méthode direct de calcul des variations”). Vengono qui introdotti quei *metodi diretti* che affrontano il problema dell'estremante del funzionale con un procedimento diretto, senza passare attraverso l'equazione di Eulero, e che saranno continuamente riproposti come caratteristici della “scuola italiana di Calcolo delle variazioni”, costruita grazie agli apporti di Volterra e al suo concetto di funzione di linea, di Arzelà (cui va il merito del primo utilizzo dei metodi diretti nel Calcolo delle variazioni) e dello stesso Tonelli. Dopo la guerra compaiono le poderose Memorie e quei *Fondamenti di Calcolo delle Variazioni*, che espongono organicamente il patrimonio conoscitivo accumulato e diventeranno insistito punto di riferimento per tutta una serie di citazioni, di Note divulgative, di approfondimenti.

Nel '28 viene pubblicata la monografia *Serie trigonometriche*. Messo in evidenza che non tutte le serie trigonometriche sono serie di Fourier, il volume si apre con lo studio delle serie trigonometriche, in cui “conserva un carattere pressoché elementare”, per passare poi a quelle di Fourier, in una e due variabili. Anche questa monografia raccoglie e sistemizza tutti i risultati precedenti (a cui Tonelli non aggiungerà sostanzialmente, negli anni successivi, nessun nuovo contributo), a partire da quelli relativi alla convergenza semplice e assoluta delle serie di Fourier, arricchiti da una bibliografia accurata anche nei titoli più recenti.