

# VALUTARE E SCEGLIERE: IL RUOLO DELLA MATEMATICA

di Enrico Rogora

Enrico Rogora



Insegna Matematiche complementari presso il Dipartimento di Matematica dell'Università "La Sapienza" di Roma. Si è occupato di Geometria algebrica e Teoria degli invarianti. I suoi attuali interessi di ricerca sono rivolti alla Storia della Matematica italiana tra il Risorgimento e la seconda guerra mondiale e alla critica dei metodi di misurazione psicometrici. Partecipa attivamente a programmi di cooperazione scientifica con il Kenya e il Perù. È membro della CIIM.

**Q**uando dobbiamo fare una scelta possiamo usare il cuore o la testa. Quando usiamo la testa, cerchiamo di *valutare* i vantaggi e i costi delle diverse opzioni e di *prevedere* le loro conseguenze. Usare numeri e modelli matematici per valutare e prevedere sembra una buona strategia per garantire l'oggettività delle scelte e massimizzare la probabilità di fare la *scelta migliore*, ma in realtà questa fiducia nei numeri e nei modelli matematici non è sempre ben riposta e la speranza di valutare oggettivamente è spesso priva di fondamento. Questo non significa che la Matematica non sia uno strumento fondamentale al fine di operare scelte razionali ma ugualmente bisogna essere consci delle sue limitazioni e del rischio che venga utilizzata per mascherare responsabilità o interessi di chi è coinvolto in tali scelte, invece che per aiutare a chiarire in maniera razionale i termini del problema.

## **Numeri per valutare**

Le nostre scelte dipendono spesso dai numeri. Per esempio: se il peso cresce, comincio una dieta; se si prevede che la temperatura scenda, indosso vestiti pesanti; se il punteggio ai test di orientamento sono bassi in alcune materie, evito la scelta di certi corsi di laurea; se il differenziale di rendimento (*spread*) tra i BTP e i titoli di stato tedeschi sale, il governo varrà misure economiche straordinarie. È naturale cercare criteri semplici che ci aiutino a compiere una scelta e un criterio numerico sembra essere il più semplice e oggettivo possibile, ma non è sempre così. Una misura, come il peso o la temperatura, fornisce un'informazione oggettiva riguardo ad una proprietà ben determinata di un oggetto, ma la situazione si fa più oscura quando i numeri non sono il risultato di una misura oppure quando le misure sono molto imprecise o così indirette che non si riesce bene a capire cosa si stia misurando. Il numero trecento è uguale per tutti ma, mentre 300 Kg è una misura oggettiva di *peso*, un differenziale di

## Discutiamone

rendimento di 300 punti base tra i BTP a dieci anni e gli analoghi titoli di stato tedeschi non è una misura di niente (si veda il box *Finanza da legare. Manifesto degli economisti sgomenti*). Accade spesso di confondere numeri e misure e di non rendersi conto che misurare è un procedimento assai più complesso che assegnare un numero.

Quando utilizziamo un indice numerico come se fosse una misura compiamo errori grossolani. Per esempio, dovrebbe risultare ormai chiaro a tutti come lo *spread* non sia in grado di misurare compiutamente lo stato di salute di un'economia e che l'idea stessa di misurare lo stato dell'economia con un numero sia una pericolosa forzatura. Ancora, se diciamo che gli studenti che hanno sostenuto i test di ingresso a Medicina del 2012 sono più bravi di quelli del 2013 perché la media del numero di risposte esatte è più elevata, non teniamo conto che la ragione potrebbe essere che le domande erano più facili e inoltre: esiste davvero una *abilità* che si possa *pesare* adeguatamente?

“ Accade spesso di confondere numeri e misure e di non rendersi conto che misurare è un procedimento assai più complesso che assegnare un numero. Quando utilizziamo un indice numerico come se fosse una misura compiamo errori grossolani. ”

Nelle scienze sociali e nell'Economia non si possono definire misure dirette come peso e lunghezza e di conseguenza neppure misure derivate come la temperatura. In questi ambiti si possono al più definire, e con grande cautela, solo *misure indirette* che vengono stimate a partire dai dati utiliz-

zando *modelli matematici* che ipotizzano un legame tra le misure e i dati osservati (si veda a questo proposito il box *Sui modelli statistici per l'analisi dei test*). È sempre necessario, quando si introducono misure indirette, verificare che i modelli utilizzati siano in buon accordo con i dati e che le ipotesi del modello siano almeno approssimativamente verificate. Altrimenti le misure stimate perdono ogni significato. Questo costituisce un grave rischio per la trasparenza delle misure indirette, per esempio nelle valutazioni, perché il controllo della loro qualità e della loro significatività è delegata

nella migliore delle ipotesi a un gruppo di esperti e nella peggiore alla fiducia cieca in procedure automatiche.

Un indice numerico può sempre essere utilizzato per formare delle graduatorie. Il punto è che le graduatorie non sono oggettive solo perché si basano su indicatori numerici.

Avere cieca fiducia nei numeri non è un atteggiamento razionale. È necessario un approccio critico che si interroghi sul significato e sulle proprietà degli indici numerici e sulla fiducia che diamo ai modelli matematici e alle misure indirette che da essi vengono tratte.

### Finanza da legare. Manifesto degli economisti sgomenti

(<http://www.atterres.org/page/manifeste-déconomistes-atterrés>)

Secondo i sostenitori della teoria dei mercati finanziari efficienti, gli operatori analizzano oggettivamente la condizione delle finanze pubbliche al fine di valutare il rischio dell'acquisto di titoli di stato. Prendiamo il caso del debito greco: gli operatori finanziari e i governanti si basano esclusivamente su valutazioni di tipo finanziario per giudicare il rischio dei titoli di stato. Così, quando il tasso di interesse richiesto per il debito greco è aumentato sino a più del 10%, ognuno ha concluso che il rischio di *default* (insolvenza) fosse alto: se gli investitori stavano chiedendo un premio per il rischio così elevato, allora il pericolo doveva essere estremo.

Tuttavia, questo è un grave errore se consideriamo la natura effettiva delle valutazioni del mercato finanziario. Non essendo efficiente, quest'ultimo determina molto spesso prezzi completamente disconnessi dai valori fondamentali. In queste circostanze, è irragionevole fare affidamento solo sulle stime del mercato finanziario per valutare la situazione. Stimare il valore di un titolo finanziario non è infatti una operazione paragonabile a quella di misurare una grandezza oggettiva come, per esempio, il peso di un oggetto. Un titolo finanziario è un diritto ai rendimenti futuri di quello stesso titolo: al fine di darne una valutazione, è necessario prevedere tali rendimenti. Si tratta di una valutazione soggettiva, non di una misura oggettiva, poiché nell'istante  $t$ , il futuro non è predeterminato in alcun modo. La valutazione si basa su ciò che gli operatori finanziari si attendono per quel futuro. Il prezzo di un titolo è il risultato di una previsione, una convinzione, una scommessa: non c'è garanzia che il giudizio del mercato sia in alcun modo migliore di altre forme di giudizio.

In particolare, la valutazione finanziaria non è neutrale; essa incide sull'oggetto che dovrebbe misurare, contribuendo a creare il futuro che ha immaginato. Così, le agenzie di valutazione dei rischi finanziari contribuiscono in larga parte a determinare i tassi d'interesse sul mercato dei titoli assegnando valutazioni fortemente soggettive, spinte dal desiderio di alimentare l'instabilità, fonte di profitti speculativi. Quando le agenzie abbassano il *rating* di uno Stato, aumentano il tasso di interesse richiesto dagli investitori per acquistare i suoi titoli del debito pubblico e aumentano così il rischio di bancarotta che esse stesse avevano dichiarato.

## Sui modelli statistici per l'analisi dei test

L'uso dei test a risposta multipla è ormai diffuso anche in Italia: per l'ammissione all'Università, per la verifica delle competenze nella scuola, per l'ammissione al *Tirocinio Formativo Attivo* (TFA) ecc. Essi vengono spesso presentati come strumenti efficaci per *misurare* la preparazione degli studenti.

La parola *misura* evoca l'oggettività delle misure della Fisica come il *peso* o l'*altezza*. Per definire misure *fondamentali* come queste, è necessario poter *concatenare* gli oggetti misurabili in maniera tale che la misura della concatenazione di A con B sia la somma della misura di A con la misura di B. Tutte le misure della Fisica si possono *derivare* da un piccolo numero di misure fondamentali.

Nelle scienze sociali e nelle scienze dell'educazione non possono esistere misure fondamentali e quindi neppure misure derivate, perché non esistono maniere sensate per definire l'operazione di concatenazione. La teoria moderna della misurazione ammette però la possibilità di definire delle *misure implicite* attraverso l'uso di modelli probabilistici.

In un test a risposta multipla per esempio, se vogliamo *misurare* la difficoltà delle domande, non basta contare il numero degli studenti che rispondono correttamente alle domande che vengono poste in quanto questo numero dipende anche dalla abilità degli studenti e bisogna trovare un modo per *separare* la difficoltà dall'abilità. Ciò è possibile ipotizzando un modello probabilistico che leghi il dato grezzo delle risposte esatte alla difficoltà  $\delta_i$  delle domande e all'abilità  $\beta_j$  degli studenti. Il più semplice di tali modelli, il *modello di Rasch*, ipotizza che la probabilità che uno studente di abilità  $\beta_j$  risponda correttamente ad una domanda di difficoltà  $\delta_i$  sia:

$$p = e^{(\beta_j - \delta_i)} / (1 + e^{(\beta_j - \delta_i)}).$$

Partendo da un modello come questo, possiamo *stimare* la difficoltà delle domande e l'abilità degli studenti. Se il modello ipotizzato è in buon accordo con i dati, le quantità stimate possono rappresentare misure significative; altrimenti sono *prive di senso*. Inoltre, anche se il modello è in buon accordo con i dati, le misure sono stimate con un'*incertezza* che è in generale ben più grande di quella che siamo abituati a considerare nelle misurazioni dirette della Fisica.

Infine, le misure implicite riguardano sempre variabili nascoste e quindi, per loro natura, non ben definite.

### Usi e abusi dei modelli matematici

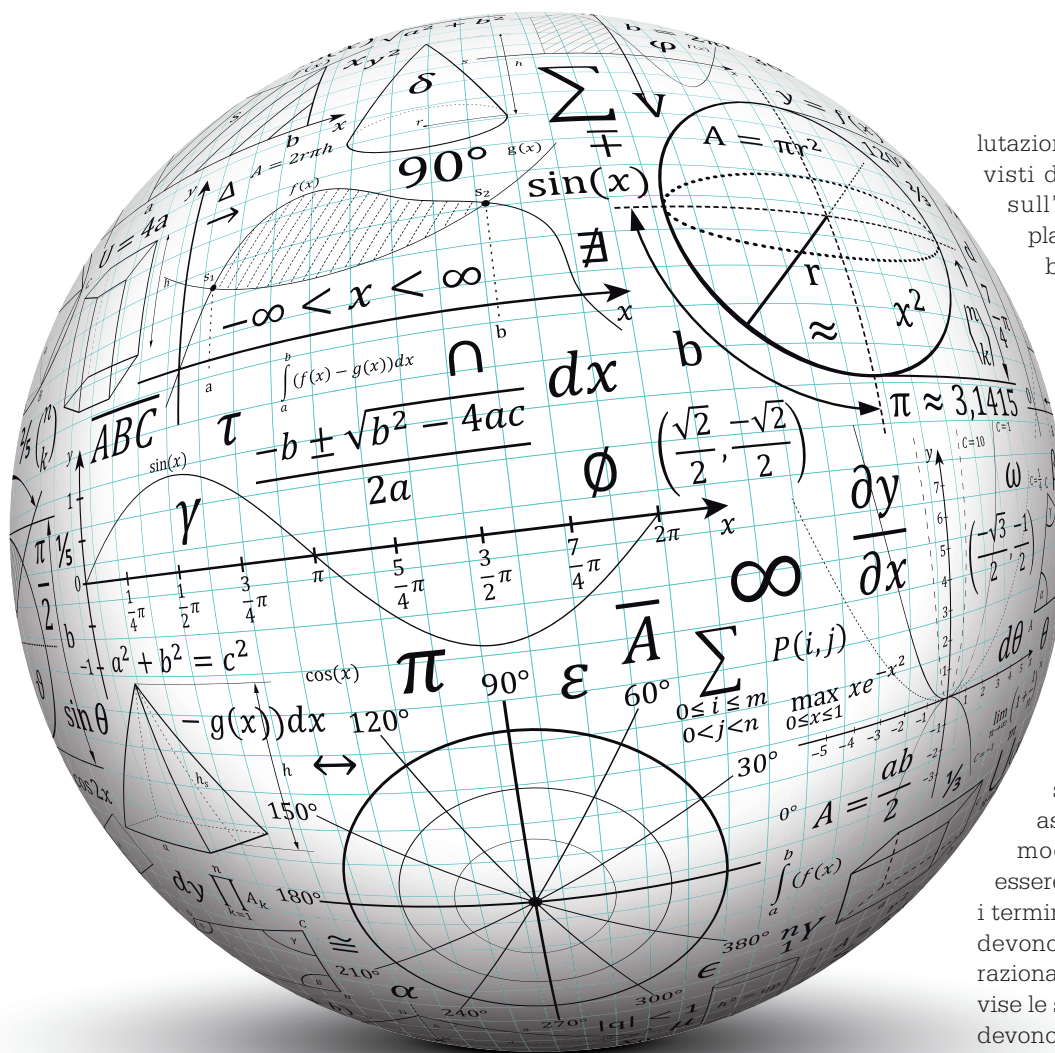
Dalle previsioni del tempo ai sistemi di controllo per il volo automatico, dalla valutazione dei rischi degli investimenti finanziari alla progettazione delle piattaforme petrolifere, dai sistemi per il riconoscimento della voce alle indagini dei RIS, sono innumerevoli gli esempi di applicazioni di modelli matematici che hanno profonde implicazioni nella vita quotidiana. Interrogarsi su usi e abusi dei modelli matematici e sulla fiducia che poniamo nelle loro previsioni è importante per avere una maggiore consapevolezza su molte questioni fondamentali da cui dipende il nostro

futuro: le politiche o l'assenza di politiche economiche e finanziarie, le politiche o l'assenza di politiche ambientali ed energetiche ecc.

Le modalità d'impiego dei modelli matematici sono molteplici. La più familiare è quella di *simulare* l'evoluzione di alcune grandezze al fine di *progettare* (ponti, aeroplani, piattaforme petrolifere ecc.) o di *prevedere* (il tempo atmosferico, l'andamento dei mercati finanziari, il fabbisogno energetico ecc.). Sono importanti anche le *applicazioni alla stima di variabili nascoste* di cui abbiamo accennato nel paragrafo precedente, per esempio con l'uso di modelli per stimare misure indirette.

“ Le modalità d'impiego dei modelli matematici sono molteplici. La più familiare è quella di *simulare* l'evoluzione di alcune grandezze al fine di *progettare* (ponti, aeroplani, piattaforme petrolifere ecc.) o di *prevedere* (il tempo atmosferico, l'andamento dei mercati finanziari, il fabbisogno energetico ecc.). ”

Al crescere della complessità della realtà da modellare, un modello è in grado di offrire descrizioni sempre meno dettagliate ma non per questo meno utili. Bisogna rinunciare alla prevedibilità dei dettagli minuti di un fenomeno e limitarsi ad utilizzare il modello per prevedere solo alcuni tratti salienti che, in un *buon* modello, sono quelli che interessano per pianificare un intervento o prendere delle decisioni. È chiaro inoltre che l'affidabilità delle previsioni sarà tanto minore quanto più si cerca di guardare in là nel futuro. Previsioni basate su modelli matematici stanno sempre più condizionando la nostra vita quotidiana. Quale affidabilità hanno queste previsioni e fino a che punto è saggio tenerne conto? Già nell'ambito delle previsioni meteorologiche sappiamo che si possono verificare situazioni in cui la discrepanza tra le previsioni del modello e la realtà porta a conseguenze rilevanti. Per esempio, la previsione di un periodo di brutto tempo in certe aree ha portato al crollo delle prenotazioni turistiche, con rilevanti danni economici non sempre giustificati dalle effettive condizioni atmosferiche che si sono poi manifestate. Esempi ancora più macroscopici del costo di previsioni sbagliate si hanno in ambito economico, dove le risposte dei mercati alle previsioni del modello hanno enormi ripercussioni sulla realtà economica (si veda ancora il box *Finanza da legare. Manifesto degli economisti sgoventi*).



## Discutiamone

lutazione dei segnali allarmanti previsti da altri modelli come quelli sull'esaurimento delle risorse planetarie o sulla non sostenibilità delle nostre economie.

Ma, allora, alle previsioni di quali modelli dobbiamo credere o addirittura che senso ha prestare fede alle previsioni di un modello matematico?

Le previsioni di un modello matematico non sono oggettive ma *opinabili* e dovrebbero essere considerate e discusse come opinioni: *razionali, trasparenti, logiche*, almeno per chi conosce a grandi linee come funziona il modello, ma sempre opinioni e non verità assolute. Le previsioni di un modello matematico possono

essere di grande aiuto per chiarire i termini delle problematiche che si devono affrontare, per rendere più razionale la discussione e più condivise le scelte ma non possono e non devono sostituire chi deve assumere la responsabilità di una decisione. Si deve sempre tener presente che l'impiego di un modello matematico può rendere più trasparente una scelta se il significato generale del modello e delle sue limitazioni sono ben compresi; altrimenti, diventano facilmente strumenti nelle mani di chi vuole condizionare tali scelte. È dovere dei matematici e degli scienziati denunciare l'irresponsabilità che spesso si osserva nell'uso dei numeri, dei modelli matematici, della statistica ecc. in nome di un ideale di oggettività che è profondamente antiscientifico. Le scelte non possono e non devono essere oggettive, ma responsabili e trasparenti. Nel nostro Paese le scelte sono spesso poco trasparenti e strumentalizzate, ma l'alternativa di renderle automatiche basandole su indici numerici o previsioni di modelli mal conosciuti e mal adattati può rivelarsi una cura peggiore del male. ■

È vero che Daniel Bernoulli nel 1760 scriveva (come introduzione ad un suo modello matematico sulla diffusione del vaiolo) che, "quando si devono prendere decisioni che hanno a che fare con il benessere dell'uomo, nessuna decisione dovrebbe essere presa senza la conoscenza che l'analisi e il calcolo possono fornire". Bernoulli non suggerisce però di usare la Matematica per eliminare la responsabilità delle scelte ma semplicemente di non trascurare, ogni volta che sia possibile, gli elementi che emergono dall'analisi di un modello matematico per poter compiere scelte più responsabili.

In molti contesti affidarsi alle previsioni di un modello può comportare costi elevati per fronteggiare fenomeni trascurabili, come è successo con le previsioni sulla diffusione

della SARS nei Paesi occidentali per cui sono state spese ingenti risorse per l'acquisto di vaccini inutilizzati. Questi "falsi allarmi" (e forse, talvolta, "procurati allarmi") hanno la conseguenza di giustificare la sottova-

“ Le previsioni di un modello matematico non sono oggettive ma *opinabili* e dovrebbero essere considerate e discusse come opinioni: *razionali, trasparenti, logiche*, almeno per chi conosce a grandi linee come funziona il modello, ma sempre opinioni e non verità assolute. ”