La proprietà essenziale che caratterizza i classici è la loro inesauribilità: la capacità, in tempi e situazioni anche molto diversi, di costituire comunque un punto di riferimento. Se ci si attiene a questa sorta di definizione, è certo che "Insegnamento dinamico", il breve scritto di Enriques che apre la quarta serie del *Periodico di Matematiche* (della quale rivista egli era all'epoca direttore, congiuntamente a Lazzeri), va giudicato un classico: esso, infatti, è stato ripreso innumerevoli volte e, quasi sempre, come una sorta di manifesto per invocare nuove forme per la didattica della matematica.
Ciò a prima vista appare singolare, a fronte di quanto lo stesso Enriques dichiara nell'esordio: "*Le cose che mi propongo di dire in questo articolo sono così note, tanto spesso ripetute da quanti si occupano di pedagogia e di didattica, che sento forte il bisogno di giustificare la convenienza del mio discorso*".
Dunque se (senza irriverenza) accettiamo ciò che Enriques afferma con molta franchezza, ossia che il suo articolo non contiene concetti di stupefacente profondità e sovversive teorie pedagogiche, dobbiamo porci di fronte a questa alternativa: o a torto, per tante volte, questo saggio è stato ripreso per trarne motivi di ispirazione o la sua classicità può coesistere con la sua natura peculiare d'affermare cose piane, semplici, quasi evidenti.

È proprio questa seconda possibilità che mi propongo di illustrare: il saggio di Enriques non contiene concetti che vadano al di là di ciò che chiunque può ben comprendere da sé. Pure, affermare questi concetti non è facile e può costituire un'operazione culturale stimolante: "*Ci sono delle verità* - afferma ancora Enriques - *che strappano quasi da ognuno qualche omaggio teorico, ma che sviluppate nelle loro conseguenze o addirittura messe in pratica, appariscono talvolta sotto una luce impensata, come concezioni nuove ed ardite, o peggio come paradossi imbarazzanti e pericolosi*".
E a ben cercare non mancano altri esempi illustri, tra i quali è celeberrimo il breve saggio che così inizia: "*Il buon senso è la cosa del mondo meglio suddivisa: perché ognuno pensa di esserne così ben fornito che coloro stessi che sono più difficili ad accontentarsi in ogni altra cosa, non hanno affatto l'abitudine di desiderarne più di quanto già ne abbiano. Nel che non è verosimile che tutti si sbaglino...*".
A torto si suole attribuire a Descartes una carica maliziosa eccessiva in queste parole. Sebbene non manchi una punta d'ironia, egli vuole proprio che il suo lettore consideri, ma consideri davvero!, ciò che è *evidente*.
È in questa prospettiva, che del resto suggerisce lo stesso Enriques, come si è visto, che voglio ripercorrere "Insegnamento dinamico".

Iniziamo dal concetto stesso dell'insegnamento: "*l'insegnamento non può essere un regalo che il maestro faccia a qualcuno...è piuttosto un aiuto a chi voglia imparare da sé*".
Si può correre oltre alla ricerca di altri concetti più 'elevati'; ma si può anche arrestarsi un istante a riflettere: se così è, e se pur si dà per scontata la disponibilità di chi insegna a favorire in ognuno il desiderio di imparare (disponibilità implicita nella scelta del termine 'maestro'), che accade per chi, irredimibilmente, *non vuole* imparare da sé?
Affermiamo perentoriamente che non possono esistere esseri umani siffatti o ci interroghiamo sul significato reale della "scuola dell'obbligo"?
E cosa chiediamo a un docente: di trasformarsi in una sorta di apostolo che abbia il dovere di suscitare in ognuno la voglia di imparare da sé o gli chiediamo di concentrare le sue forze per insegnare a coloro che, soli, possono essere oggetto di insegnamento?

Siamo proprio di fronte a un "paradosso imbarazzante e pericoloso". Ma siamo anche solo all'inizio. Avviciniamoci un po' di più all'insegnamento della matematica. Qui intuizione e logica si fronteggiano e se si vuole argomentare in favore dell'una o dell'altra abbiamo un ricco repertorio di autori, da Vico ai giorni nostri, dai quali si potrebbe trarre una ordinata ed erudita compilazione. È però piuttosto ovvio che logica e intuizione non si lasciano separare come entità distinte dell'intelligenza: "*esse sono piuttosto due aspetti inscindibili di un medesimo processo attivo, che si richiamano l'un l'altro*".
Tutti ne convengono. Ma è pur vero che la geometria, almeno per quanto attiene alle 'figure' e alla loro manipolazione, è spesso considerata una sorta di roccaforte dell'*intuizione*, a fronte di altre parti della matematica (o della stessa geometria, considerata però dal punto di vista critico-fondazionale) ove più si dovrebbe ricorrere alla *logica*.
Osserva ora Enriques: "*la costruzione di una figura geometrica importa - non solo - l'attitudine a vedere passivamente un modello che si metta sott'occhio allo studioso, ma anzi la capacità di foggiare - come oggetto della fantasia - un modello possibile, cui s'impongono a priori talune condizioni: ed una tale attività*

costruttiva che ordina i dati di osservazioni ed esperienze passate, non è pura fantasia o fantasticheria sciogliente il freno al libero gioco delle associazioni d'idee, bensì una vera attività logica".

Queste parole sono molto attuali se rilette in funzione della disputa intorno all'opportunità, o meno, di utilizzo di certi tipi di software, come Cabrì, per esempio, nei primi gradi dell'insegnamento. Spesso però questa disputa ha un aspetto molto schematico: le figure fatte con il *computer* avrebbero carattere euristico-manipolativo a fronte del carattere più logico-dimostrativo dell'insegnamento tradizionale.
Ora, l'aumento delle capacità di visualizzazione fornito da un *computer* (non solo dal *computer*, ovviamente; anche da un programma accuratamente scelto) è certamente possibile supporto per maggiori capacità intuitive; ma, al tempo stesso, per poter accedere a questa visualizzazione si richiede di scegliere e coordinare dati e procedure in un ordine che è determinato in modo più rigoroso e cosciente di quanto non accada con le figure tradizionali ed è governato da una logica altrettanto vincolante (seppur diversa) di quella di una dimostrazione tradizionale.
A comodi luoghi comuni pro o contro l'uso del *software* che aumenterebbe o diminuirebbe le capacità intuitive a fronte di quelle logiche - o viceversa - si impone così la necessità di un'analisi attenta del tipo di logica che sottende la costruzione di un oggetto geometrico con il *computer* (a seconda del *software* usato, naturalmente), e senza che ciò freni le capacità euristiche insite nella 'variabilità e ripetibilità' dell'oggetto costruito. Impresa assai più difficile di quella di etichettare questo con 'intuitivo', quest'altro con 'logico', e, a seconda del proprio gusto, esercitare poi un'opzione.

Un altro esempio scelto da Enriques è quello della "messa in equazione", cioè "*della traduzione in termini algebrici o aritmetici dei problemi di geometria e di fisica*". Qui, con apparente bonarietà, Enriques osserva che molti giovani non vanno al di là di una comprensione formale e dunque si domanda "*se e come fu fatto comprendere che cos'è l'equazione di un problema*".
Prosegue poi osservando: "*Non metto in dubbio che l'insegnante abbia lungamente spiegato quest'argomento; ma quand'anche l'allievo sia reso capace di ripetere la spiegazione non basta ancora per dire che l'abbia compresa, giacché comprendere significa divenir atti ad applicare: e tale attitudine si svolge solo come frutto di un lavoro attivo*".
Due questioni sono poste: esistono momenti fondamentali dell'insegnamento della matematica per i quali deve essere suscitata una comprensione *profonda* e non meramente formale; la comprensione di queste parti della matematica non può che essere *attiva*.
Ora, sul fatto che la capacità di tradurre un problema geometrico o fisico in equazione sia un aspetto di importanza enorme per la matematica tutti convengono. Tutti sanno un poco di Galileo, Descartes, Fermat, della rivoluzione scientifica ecc. Ma è poi vero che nella pratica didattica quest'importanza si conserva?
Non accade che l'orientamento degli assi, le formule di rotazione, le varie forme dell'equazione della retta ecc. occupino un ruolo spropositato a fronte di altre cose ben più importanti?
Lo studente che vede le prime equazioni della geometria analitica osserva, forse un po' perplesso, che non v'è nulla, ma proprio nulla!, di 'circolare' nell'equazione $x^2+y^2=r^2$ a fronte della 'ellitticità' dell'equazione $x^2+2y^2=r^2$. Poi, acquisendo familiarità, 'vedrà', in modo che non potrebbe essere più chiaro, dispiegarsi dinanzi a sé le innumerevoli ragioni per le quali le due equazioni rappresentano curve differenti (o possono rappresentare la stessa curva in diversi sistemi di coordinate). Ma è quella sorta di miracolo che Aristotele ben descrive accadere a chi considera, per la prima volta, l'incommensurabilità del lato e della diagonale del quadrato per poi coglierne la ragione: "*sembra un prodigio il fatto che una certa lunghezza non possa essere misurata neppure dall'unità minima*". Ma poi "*per un uomo esperto di geometria la maggiore stranezza del mondo sarebbe la commensurabilità della diagonale rispetto al lato*".
Non è facile descrivere il prodigioso: è facile sconfinare nel grottesco o nel caricaturale. È più facile dimostrare le formule di bisezione che cercare di comunicare quella sorta di meraviglia con la quale Descartes vedeva sciogliersi, in poche linee di calcolo, problemi che avevano resistito per secoli agli sforzi dei migliori matematici. Eppure, ricorda Enriques, è proprio comunicare cose di quest'ultimo genere il dovere dell'insegnante.

Allo stesso ordine di doveri, inseriti per altro ancora nella sfera dell'ovvio, appartiene quello che consiste nel fornire accanto alla visione dei dettagli di una disciplina, ciò che Enriques chiama la "logica in piccolo", anche una visione generale: la "logica in grande" (con

implicito, ma evidente, riferimento alla coppia hegeliana intelletto/ragione. Hegel viene comunque poi citato poco oltre). Occorre cioè che sia resa percepibile, al di là dei dettagli, pur importanti, l'unità della disciplina. Occorre che "*il maestro vigili continuamente a legare fra loro le diverse parti del suo insegnamento*".
Ora questo può anche sembrare evidente. Ma che fare quando l'aggiornamento dei programmi richiede l'inserimento di nuovi argomenti? È possibile limitarsi a giustapporre l'insegnamento di questi argomenti a quello degli altri? La risposta evidente è che un'unità non può ottenersi per semplice accostamento di parti e che, se conveniamo con l'esigenza di un insegnamento che abbia carattere unitario, non possiamo poi utilizzare per un *nuovo* insegnamento il materiale che si utilizzava in precedenza. Conclusione, come si vede, logica, ma anche assai scomoda. Soprattutto per molte case editrici, che trovano certo assai più comodo 'aggiornare' i loro testi aggiungendo semplicemente nuovi capitoli.

Non è facile, ancora, convenire dapprima con Enriques, per poi trarne le dovute conseguenze, in merito alla questione di ciò che può dirsi "insegnamento passivo". "*In ispecie nelle scienze fisiche e matematiche, l'uso di una certa tecnica (disegno, esperimento, calcolo numerico o letterale) costituisce una propedeutica necessaria a lavori di ordine più alto, dove - mancando il possesso degli strumenti - il pensiero smarrirebbe la veduta di ciò che è essenziale raggiungere*". L'assenso sembra doveroso, ma qualche conseguenza a volte non viene tratta. Per esempio, molti insegnanti giudicano ora sufficiente addestrare i propri studenti all'uso del *computer* nella forma semplificata di operare all'interno di un certo programma, trascurando ogni dettaglio relativo al sistema operativo, alla forma di memorizzazione dei dati ecc. al fine di potersi concentrare unicamente 'sulla matematica'.
Ora è pur vero che si può giudicare (e in effetti è) molto lontano dalla matematica il significato dell'estensione di un *file*, o il significato di certi comandi, magari di uso poco frequente, del sistema operativo del *computer* che si utilizza, ma è altrettanto vero che una piccola parte di 'manualità' deve pure accompagnarsi all'uso di uno strumento. Si è altrimenti condannati alla rigidità delle poche procedure che si sono imparate all'interno di un ambiente (sia pur esso ricco ed articolato). Esattamente come la mancanza di familiarità con il calcolo algebrico restringe il campo d'azione di chi deve agire all'interno della matematica.

Enriques, grande conoscitore della scienza e della cultura greca, non può certo rinunciare a proporre il Socrate dei Dialoghi di Platone come un modello per quanto attiene alla pratica pedagogica. Sul metodo socratico egli osserva: "*Il più grande vantaggio di questo metodo è, a mio avviso, la sincerità perché il postulato dell'ignoranza è infinitamente più vicino al vero che la presupposizione di conoscenze già sicure nella mente dell'allievo, da cui muove la lezione cattedratica*". Ma come è stato chiarito poco prima, anche il docente deve farsi 'un poco ignorante' per partecipare fianco a fianco all'allievo alla comune ricerca della verità.
Ora tutto ciò è bellissimo. Nessuno che ami l'insegnamento vorrà negare che esso si realizza in condizioni ottimali quando maestro e docente partecipano dello stesso fine e l'uno è semplicemente un po' più avanti dell'altro nel percorrere la stessa strada; ma più avanti solo per spronare l'altro a raggiungerlo e superarlo...
Come conciliare però tutto questo con l'esigenza 'pratica', ma socialmente indispensabile, di *valutare*? Come può l'immagine precedente trasmutare in quella del professore che interroga, dà voti ecc.?
Conciliare i due aspetti è davvero molto difficile, soprattutto quando si è assai lontani dalle condizioni ottimali e l'affollarsi degli adempimenti burocratici viene a far aggio sull'insegnamento concreto.

A conclusione non si può trattenere una considerazione un po' amara. Il saggio di Enriques è un classico proprio perché descrive in termini molto espliciti la contraddizione tra dover essere ed essere, insita nell'ambiguità stessa dell'insegnamento moderno, ove si fa via via più chiaro e definito il ruolo duplice del docente, indispensabilmente maestro e funzionario insieme.
Il continuo ritorno a questo saggio è dunque segno del desiderio, che è pur lecito conservare, di sciogliere questa ambiguità.

Massimo Galuzzi