4.3 Equazioni che si risolvono mediante la scomposizione di binomi, somma o differenza di potenze con lo stesso esponente

Esempi:

$a.\quad x^3+27=0 \Leftrightarrow x^3=-27 \Leftrightarrow x=\sqrt[3]{-27}=-\sqrt[3]{27}$

mediante l'estrazione della radice cubica otterremmo una sola soluzione, ma questa equazione è di terzo grado quindi deve ammettere tre soluzioni. Siccome col metodo dell'estrazione di radice vengono a mancare due soluzioni, è meglio ricorrere alla scomposizione in fattori della somma di due cubi, infatti:

$$x^3+27=0 \Leftrightarrow (x+3)(x^2-3x+9)=0 \Leftrightarrow x+3=0 \vee x^2-3x+9=0 \Leftrightarrow x=-3 \vee \textit{due sol. compl.}$$

$b.\quad x^3-8=0 \Leftrightarrow x^3=0 \Leftrightarrow x=\sqrt[3]{8}=2$

con questo procedimento verrebbero a mancare due soluzioni che invece troviamo se applichiamo la scomposizione in fattori della differenza di due cubi:

$$x^3-8=0 \Leftrightarrow (x-2)(x^2+2x+4)=0 \Leftrightarrow x-2=0 \vee x^2+2x+4=0 \Leftrightarrow x=2 \vee \textit{due sol. compl.}$$

$c.\quad x^4+16=0 \Leftrightarrow x^4=-16$ *impossibile in* $\Re$, *quindi quattro soluzioni complesse.*

$d.\quad x^4-16=0 \Leftrightarrow (x^2-4)(x^2+4)=0 \Leftrightarrow x^2-4=0 \vee x^2+4=0 \Leftrightarrow x=\pm 2 \vee \textit{due sol. compl.}$

Per esercizio, abbiamo svolto le seguenti equazioni:

$a)\ x^3+8=0;\quad b)\ x^6-64=0;\quad c)\ 27x^3-8=0;$

$d)\ 8x^3-1=0;\quad e)\ 9x^4-4=0;\quad f)\ 1000x^3+8=0;$

$d)\ 4x^4-9=0;\quad e)\ 2x^4-\frac{1}{8}=0;\quad f)\ (2x-1)^3+27=0;$

trovando le rispettive soluzioni:

$a)\ x=-2 \vee \textit{due sol. compl.}\quad b)\ x=\pm 2 \vee \textit{due sol. compl.}\quad c)\ x=\frac{2}{3} \vee \textit{due sol. compl.}$

$d)\ x=\frac{1}{2}\ \textit{due sol. compl.}\quad e)\ x=\pm\sqrt{\frac{2}{3}}\ \textit{due sol. compl.}\quad f)\ x=-\frac{1}{5}\ \textit{due sol. compl.}$

$d)\ x=\pm\sqrt{\frac{3}{2}}\ \textit{due sol. compl.}\quad e)\ x=\pm\frac{1}{2}\quad f)\ x=-1\ \textit{due sol. compl.}$