

3.3 Equazioni trinomie biquadratiche che si risolvono con la formula risolutiva, l'estrazione di radice e, talvolta, applicando la formula del radicale doppio

Esempi:

$$a. \quad x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2} \Leftrightarrow x^2 = 4 \vee x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{4} = \pm 2 \vee x = \pm 1$$

$$b. \quad x^4 - 2x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \pm \sqrt{1+2} = 1 \pm \sqrt{3} \Leftrightarrow x = \sqrt{1 \pm \sqrt{3}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \pm \left(\frac{\sqrt{1 + \sqrt{1-3}}}{2} \pm \frac{\sqrt{1 - \sqrt{1-3}}}{2} \right)$$

radici impossibili da calcolare nel campo reale e quindi l'equazione ha quattro soluzioni complesse;

$$c. \quad x^8 + 2x^4 - 3 = 0 \Leftrightarrow x^4 = \frac{-1 \pm \sqrt{1+3}}{1} = -1 \pm 2 \Leftrightarrow x^4 = 1 \vee x^4 = -3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 1 \vee x^2 = -1 \vee \text{quattro soluzioni complesse} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \pm 1 \vee \text{due soluzioni complesse} \vee \text{quattro soluzioni complesse.}$$

Per esercizio, abbiamo svolto le seguenti equazioni biquadratiche:

$$a) \quad x^4 - 3x^2 + 2 = 0; \quad b) \quad x^4 + 5x^2 - 14 = 0; \quad c) \quad x^4 + 4x^2 + 3 = 0;$$

$$d) \quad x^4 + 3x^2 + \sqrt{2} = 0; \quad e) \quad x^8 + x^4 - 6 = 0; \quad f) \quad x^8 - 6x^4 + 5 = 0;$$

$$g) \quad 3x^8 + 100x^4 + \sqrt{3} = 0; \quad h) \quad 3x^8 + 100x^4 - \sqrt{3} = 0; \quad i) \quad 2x^8 - 11x^4 + 5 = 0.$$

trovando le rispettive soluzioni:

$$a) \quad x = \pm\sqrt{2} \vee x = \pm 1 \quad b) \quad x = \pm\sqrt{2} \vee \text{due sol. compl.} \quad c) \quad \text{quattro sol. compl.}$$

$$d) \quad 4 \text{ sol. compl.} \quad e) \quad x = \pm\sqrt[4]{2} \vee 6 \text{ sol. compl.} \quad f) \quad x = \pm\sqrt[4]{5} \vee x = \pm 1 \vee 4 \text{ sol. compl.}$$

$$g) \quad 8 \text{ sol. compl.} \quad h) \quad 8 \text{ sol. compl.} \quad i) \quad x = \pm\sqrt[4]{5} \vee x = \pm\sqrt[4]{\frac{1}{2}} \vee 4 \text{ sol. compl.}$$